

# Cours d'optique géométrique Application à la photographie

Année 2004-2005  
DEUG SMa2

O. Jacquin  
[mailto: ojacquin@spectro.ujf-grenoble.fr](mailto:ojacquin@spectro.ujf-grenoble.fr)

# Introduction.

## Qu'est ce que l'optique?

**L'optique est une branche de la physique qui s'intéresse à l'étude des phénomènes lumineux.**

### **Domaine très large:**

- Perception du monde qui nous entoure (formation des images).
- Instruments d'optiques (jumelles, télescope, microscope, ...).
- Propagation d'information via la lumière (fibre optique).
- Sources lumineuses (laser, lampe Sodium, ...).
- Détecteurs (Caméra IR, photodétecteur, matériaux SC).

### **Cours: Optique géométrique.**

- Branche ancienne de l'optique très utilisée en optique instrumentale.
- Formation des images à travers un système optique.
- Etude d'instruments d'optique.
- L'étude d'un système optique bien connu : l'appareil photographique.

# Nature de la Lumière.

## Qu'est ce que la lumière?

Pendant plusieurs siècles deux tendances se sont affrontées: onde-corpuscule.

### Au 17<sup>ème</sup> siècle:

- Corpusculaire pour expliquer la réflexion (Descartes, Newton).
- Ondulatoire pour expliquer la diffraction (Grimaldi, Huygens).

### Du 17<sup>ème</sup> au 19<sup>ème</sup> siècle:

- Expériences validant l'aspect ondulatoire de la lumière (Fresnel, Maxwell)
- Expériences validant l'aspect corpusculaire de la lumière ( Hertz, Einstein)

### Au 20<sup>ème</sup> siècle:

- Dualité onde-corpuscule comme les e- (Broglie, Heisenberg, Dirac)

**Lumière = ondes et photons**

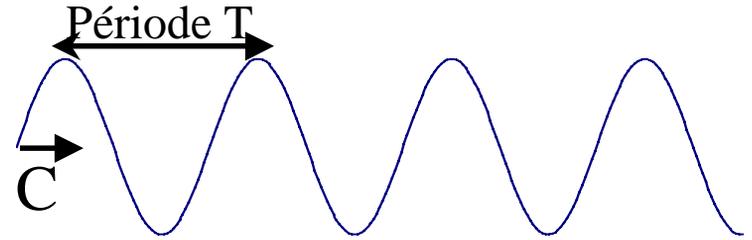
# Caractéristiques de l'onde lumineuse.

**Ondes:** Son, Houle.

**Caractéristiques:**

- Amplitude.
- Fréquence  $\nu$ . [ $s^{-1}$ ]
- Vitesse  $C$ . [ $m.s^{-1}$ ]

• Longueur d'onde  $\lambda$ :  $\lambda = \frac{C}{\nu} = CT$  [m]



**Photon associé:**

- Énergie  $E$  :  $E = h\nu$  [j] où  $h$  est la constante de Plank  $h = 6.626 \cdot 10^{-34} J.s$

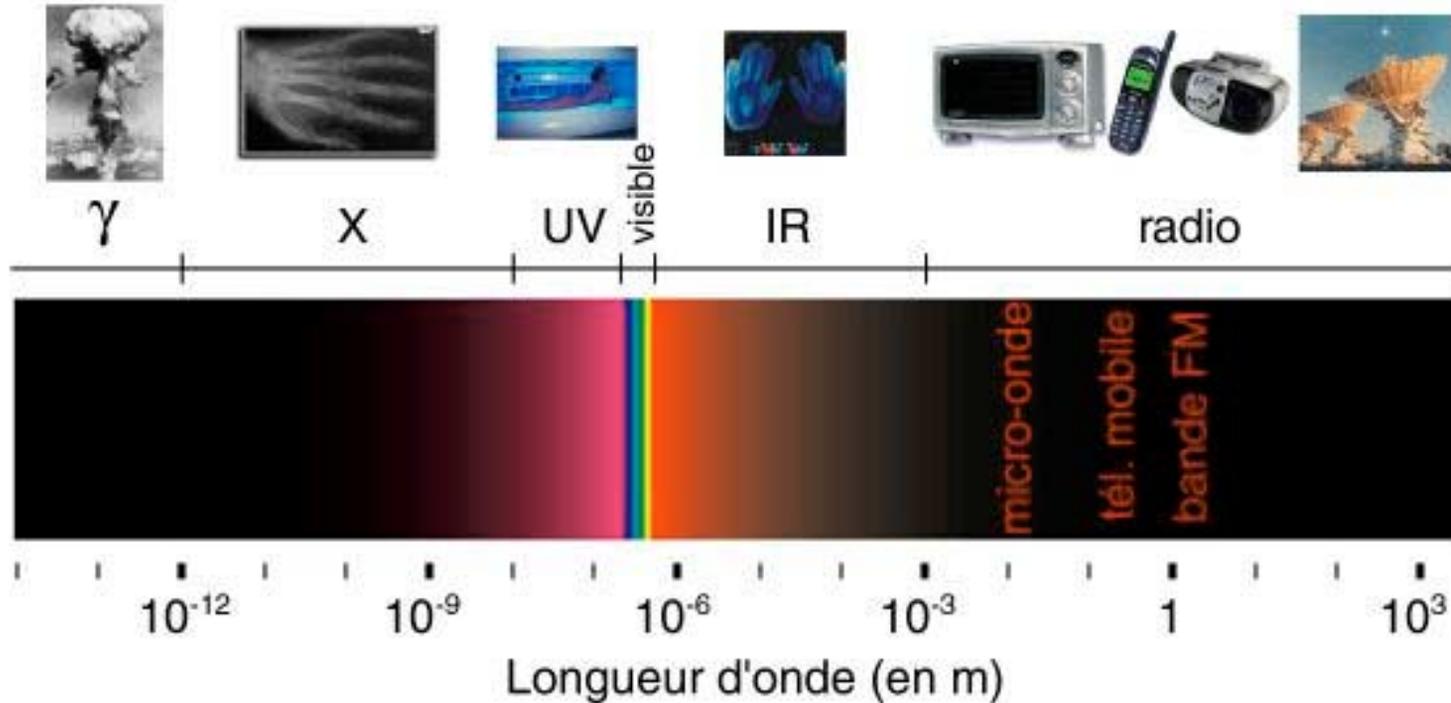
**Caractéristiques de l'onde lumineuse:**

- Onde sans support.
- Propagation dans le vide à la vitesse  $C$ .
- $C = 299792456 m.s^{-1}$  ( $3 \cdot 10^8 m.s^{-1}$ )

**Quelques repères**

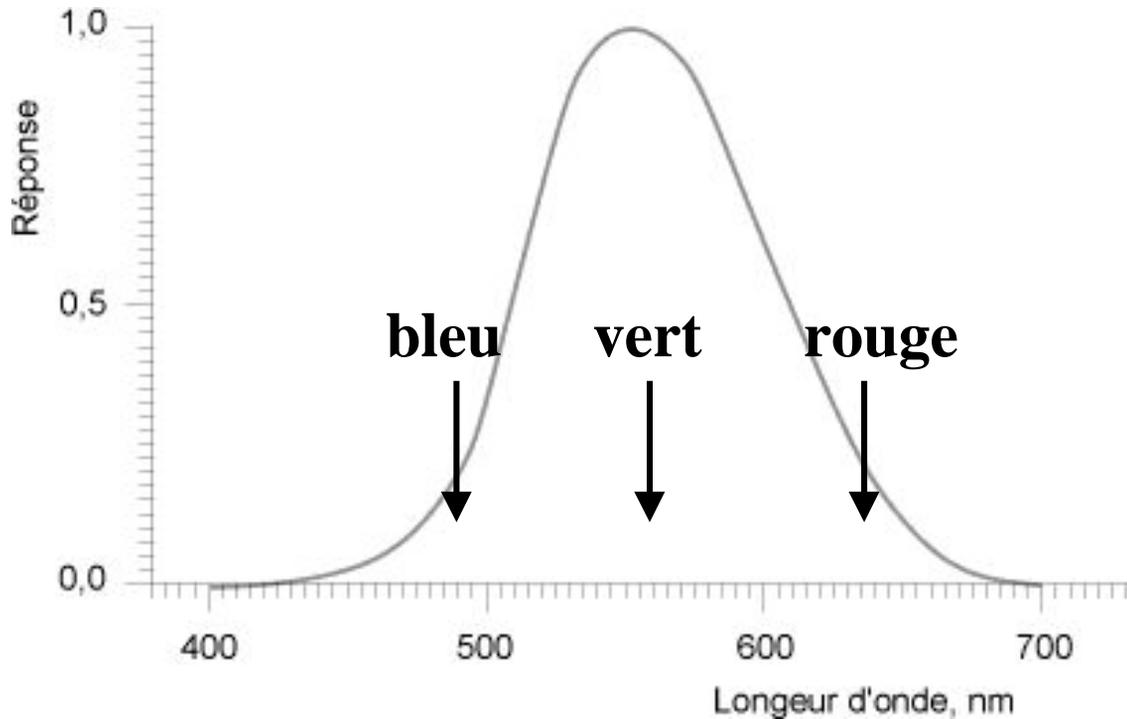
- 7 fois le tour de la terre en 1s.
- Distance terre-soleil en  $\approx 8$ min.

# Ondes électromagnétiques.



- La lumière visible fait partie d'une grande famille de phénomènes de même nature: **les ondes électromagnétiques.**
- Variation d'un champ électrique et du champ magnétique, dans l'espace et dans le temps.
- La lumière naturelle est donc une superposition d'ondes électromagnétiques de différentes longueurs d'ondes (couleurs).

# Visible = Spectre de l'œil.



**Ordre de  
grandeur de  
 $\lambda_{\text{visible}} \approx 1\mu\text{m}$**



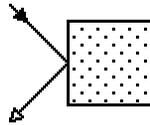
L'œil est sensible aux radiations lumineuses dont la longueur d'onde est comprise entre  $0.380\ \mu\text{m}$  et  $0.780\ \mu\text{m}$ .

Œil est un photodétecteur ayant une bande passante particulière.

# Interaction lumière-matière.

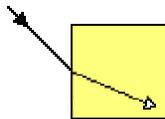
**Quand la lumière rencontre un milieu homogène, isotrope et transparent on peut observer:**

•Réflexion:



Une interaction lumière-matière conduisant à une déviation de la trajectoire de la lumière du même côté du corps d'où elle est venue.

•Réfraction:



Une interaction lumière-matière conduisant à une déviation de la trajectoire de la lumière au moment où elle traverse deux milieux transparents.

•Dispersion:



Une interaction lumière-matière conduisant à la décomposition de la lumière blanche en ses différentes composantes.

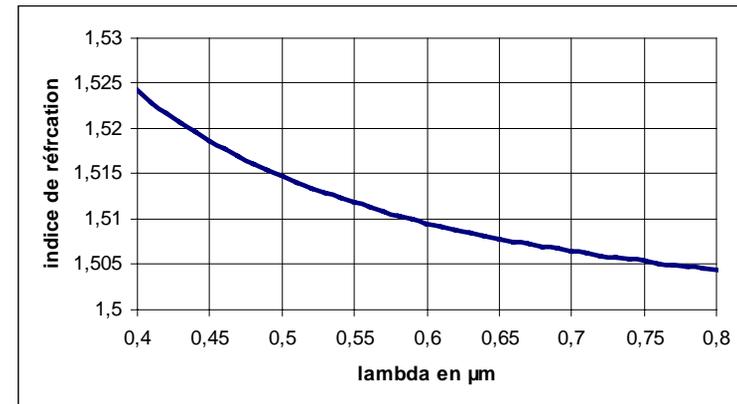
# Indice de réfraction.

**Interaction Lumière-Matière définie par 1 seule grandeur physique : vitesse de la lumière  $v$  dans le matériau.**

**Indice de réfraction:** 
$$n(\lambda, T, P) = \frac{C}{v(\lambda, T, P)}$$

**Dispersion :** 
$$n(\lambda) = A + \frac{B_1}{\lambda^2}$$
 loi de Cauchy

**$n(\text{verre}) \approx 1.5$**



**Exemple à T et P ambiante :**

Longueur d'onde en $\mu\text{m}$	0.486 (raie bleu de l'hydrogène)	0.589 (raie D de sodium)	0.656 (raie H de l'hydrogène)
Eau	1.3371	1.3330	1.3311
Verre	1.5157	1.5100	1.5076

# Rayons lumineux.

**On peut également décrire la lumière par des rayons lumineux dans certain.**

**Notion intuitive:**



**Rayons lumineux:**

- Pas de signification physique mais c'est un outil très intéressant pour décrire la propagation de lumière **dans des conditions bien définies.**
- On peut les considérer comme la trajectoire de l'énergie lumineuse (milieux isotropes).
- Ils sont à la base du développement de l'optique géométrique.

# Description de la lumière.

**Outil de description de la lumière:** Ondes, Photons ou Rayons Lumineux selon le contexte considéré.

**Description:** elle dépend de la dimension  $DO$  des objets par rapport à  $\lambda$  :

	$DO \gg \lambda$	$DO \approx \lambda$	$DO \ll \lambda$
<i>Description</i>	<i>Rayon</i>	<i>Onde</i>	<i>Photon</i>
<i>Application</i>	<i>Formation des images</i>	<i>Interférence - diffraction</i>	<i>Effet photoélectrique</i>
<i>Apparition</i>	<i>17<sup>ème</sup> siècle</i>	<i>19<sup>ème</sup> siècle</i>	<i>20<sup>ème</sup> siècle</i>

# Principe 1 de l'optique géométrique.

## Notions utiles:

- Rayons lumineux (trajectoire de l'énergie lumineuse).
- Indice de réfraction  $n(\lambda)$ .

## Contexte:

- Objet grand devant  $\lambda$  ( $\lambda \approx 1\mu\text{m}$ ), le cm.
- Milieux homogènes, transparents et isotropes.

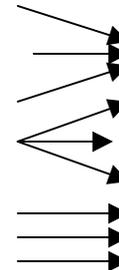
**1<sup>er</sup> Principe :** La lumière se propage en ligne droite.

## Conséquences:

- Existence d'ombre. (exemple: éclipse solaire)
- Pas d'interaction entre les rayons lumineux.

## Faisceaux lumineux :

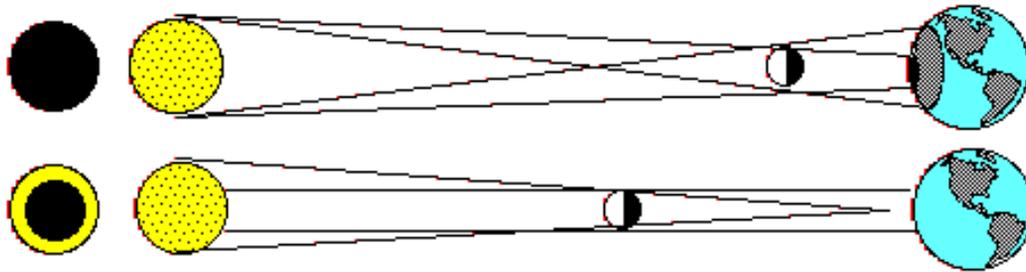
- Faisceau conique convergent.
- Faisceau conique divergent.
- Faisceau cylindrique.



# Conséquences du principe 1.

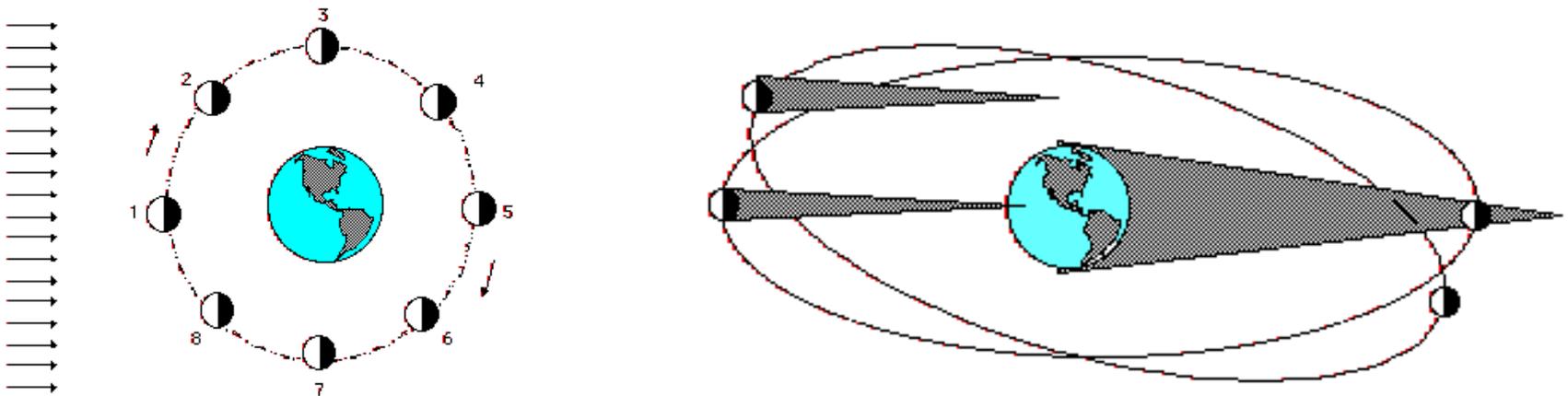
1<sup>er</sup> Principe : Existence d'ombre. (exemple: éclipse solaire)

**Eclipse solaire :** La lune s'interpose entre le soleil et la terre.



**Explication avec la propagation  
en ligne droite de la lumière**

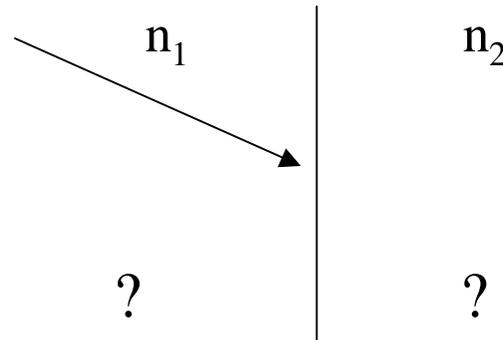
**Eclipse lunaire :** La terre s'interpose entre la lune et le soleil.



# Principe 2 de l'optique géométrique.

## 2<sup>nd</sup> Principe : Loi de Snell (1621) - Descartes (1637)

- Comportement de la lumière à l'interface séparant 2 milieux homogènes, transparents et isotropes, d'indice de réfraction  $n_1$  et  $n_2$ .



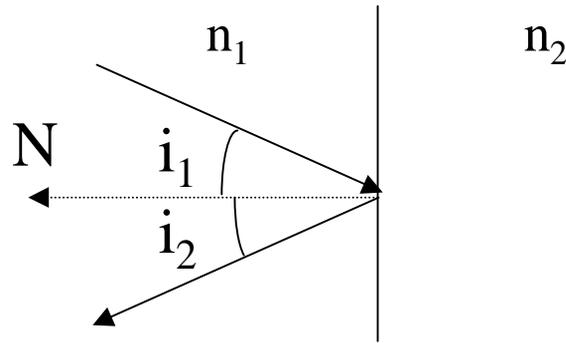
### Deux phénomènes possibles: :

- Réflexion.
- Réfraction.

**Attention une réfraction est toujours accompagnée d'une réflexion.**

# Réflexion.

Réflexion :



**Plan d'incidence: plan formé par le rayon incident et par la normale  $N$  à la surface séparant les milieux 1 et 2.**

**Réflexion:**

- Le rayon réfléchi est dans le plan d'incidence et dans le milieu 1.
- Le rayon réfléchi fait un angle  $i_2$  avec la  $N$ , tel que:  $i_2 = -i_1$
- En valeur absolue:  $i_2 = i_1$

**Surfaces réfléchissantes:**

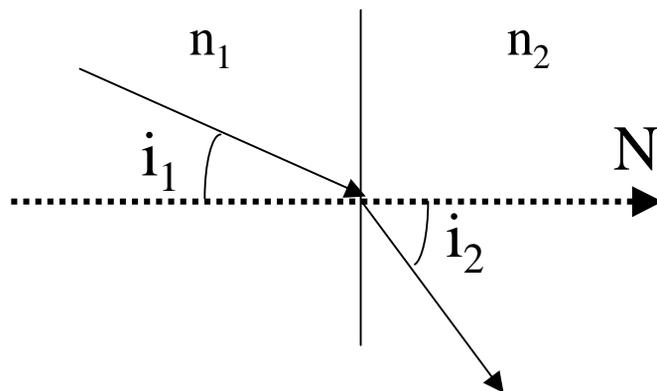
- Séparation entre 2 milieux d'indices différents.
- Surfaces métallisées (Lampe de poche, cadran analogique).

# Réfraction.

Réfraction :

$$n_1 > n_2$$

onde monochromatique



**Plan d'incidence: plan formé par le rayon incident et par la normale N de la surface séparant les milieux 1 et 2.**

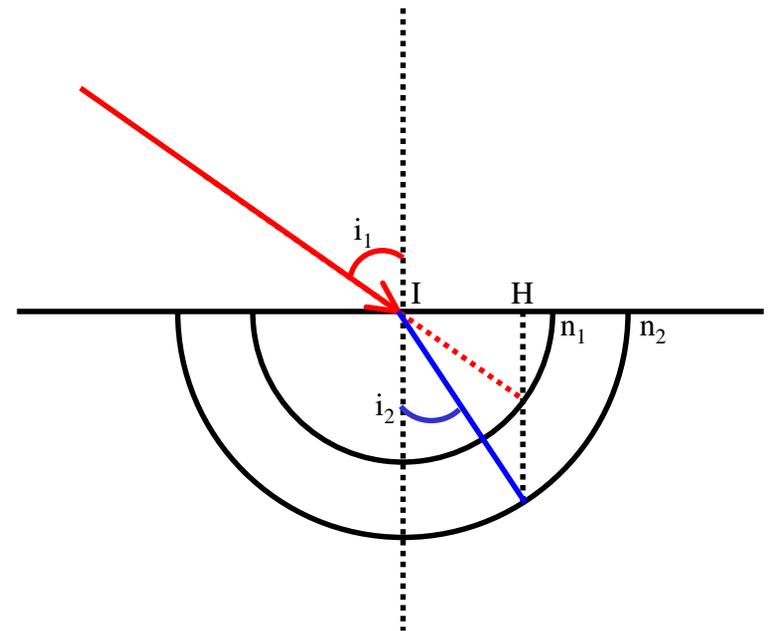
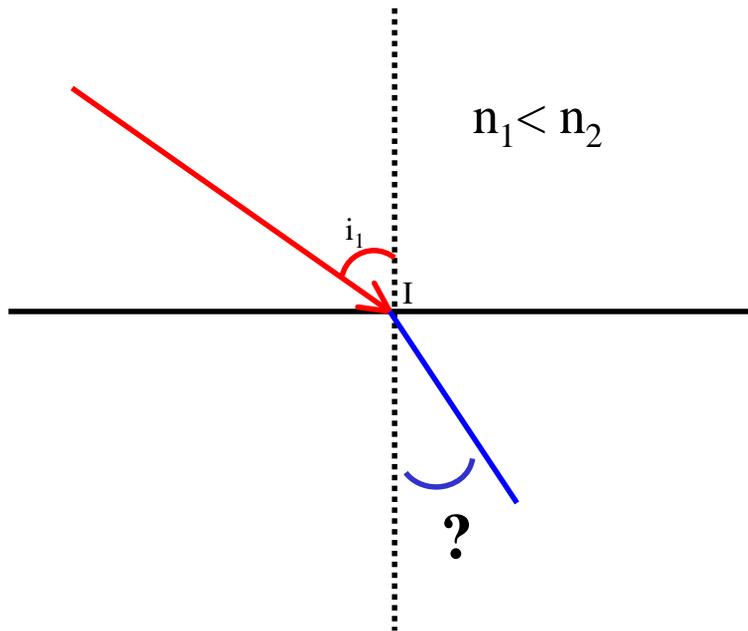
**Réfraction:**

- Le rayon réfracté est dans le plan d'incidence et dans le milieu 2.
- Le rayon réfracté fait un angle  $i_2$  avec N, tel que:  $n_1 \sin(i_1) = n_2 \sin(i_2)$
- Si  $n_1 > n_2$  alors  $i_2 > i_1$  sinus fonction croissante de 0 à  $\pi/2$ .

**Rappel: n dépend de  $\lambda$**

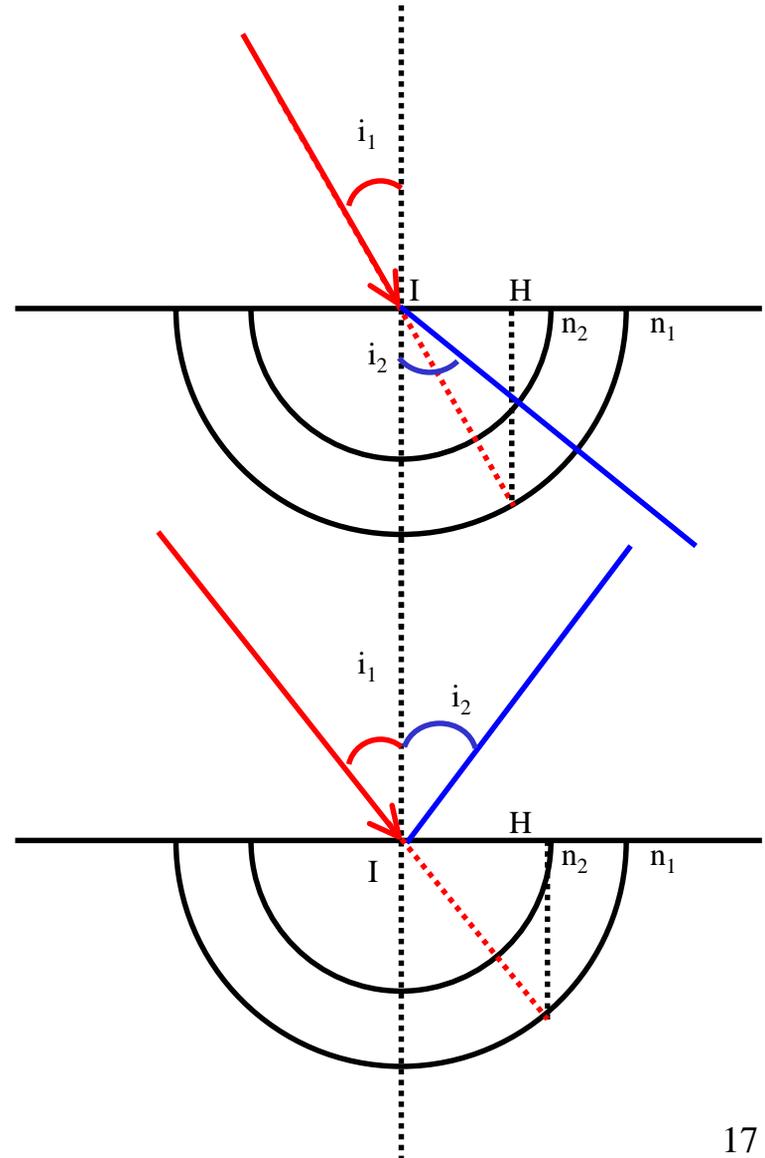
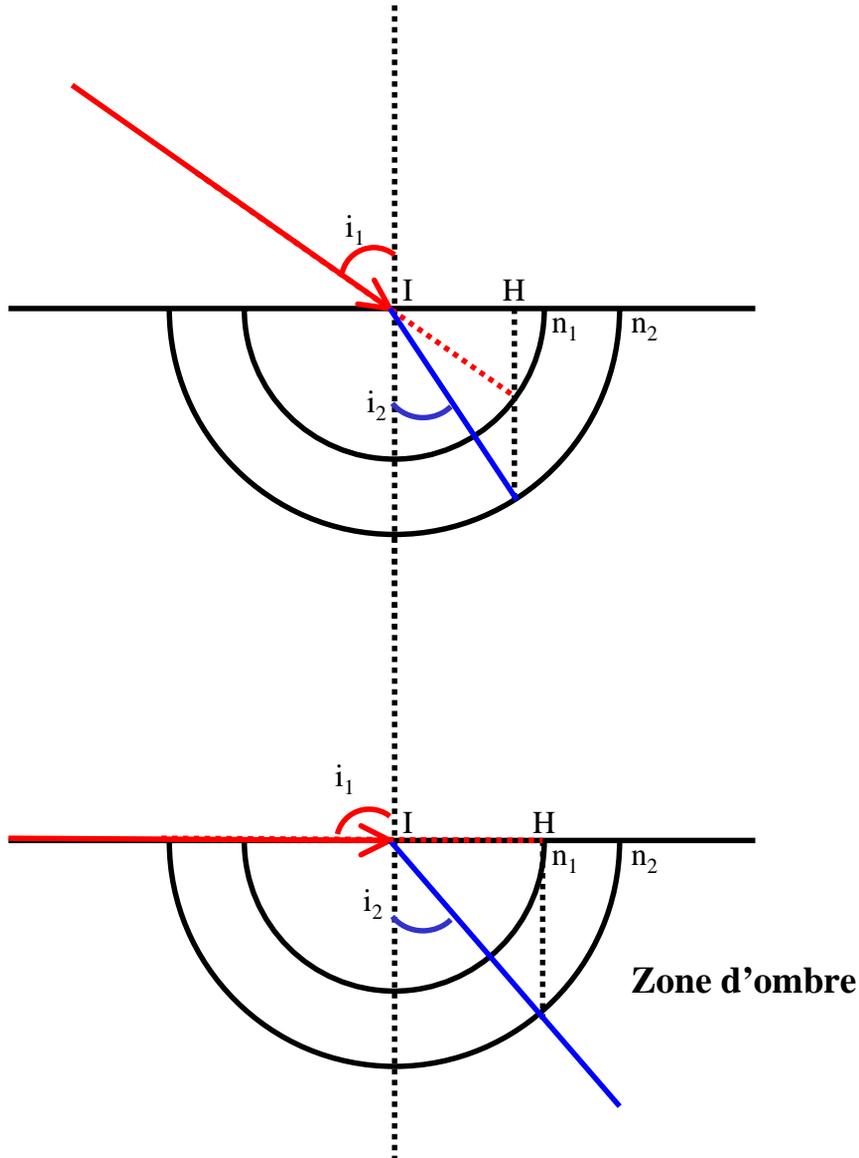
- La réfraction dépend de  $\lambda \Rightarrow$  décomposition de la lumière.
- Arc en ciel.

# Construction de rayons réfractés.



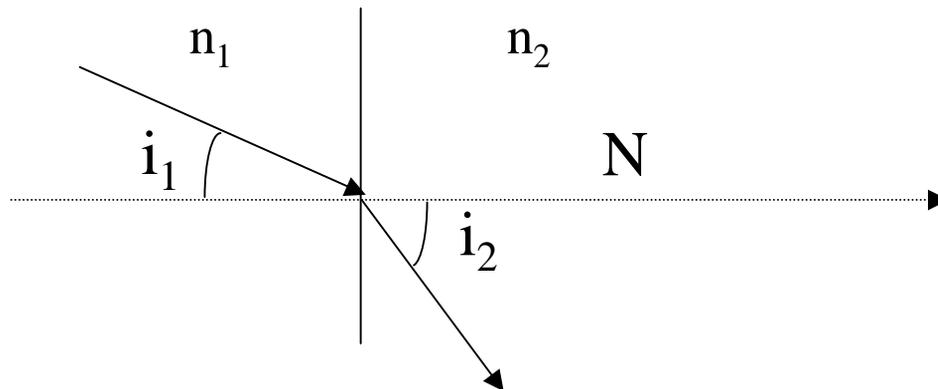
**Montrer que cette construction satisfait les relations de Snell-Descartes.**

# Exemple de rayons réfractés.



# Rayons réfractés: cas limites.

$$n_1 > n_2$$



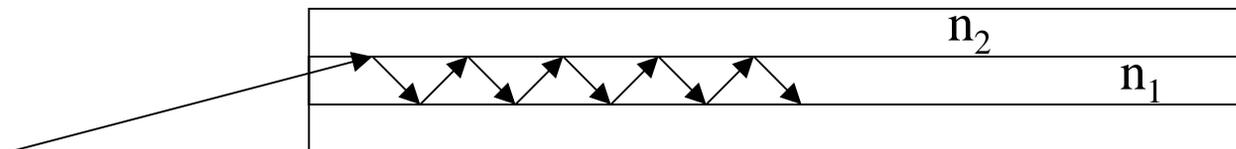
## Rayon réfracté maximum.

- $n_1 < n_2$  et  $i_{2\max} = \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2}\right)$

## Réflexion totale:

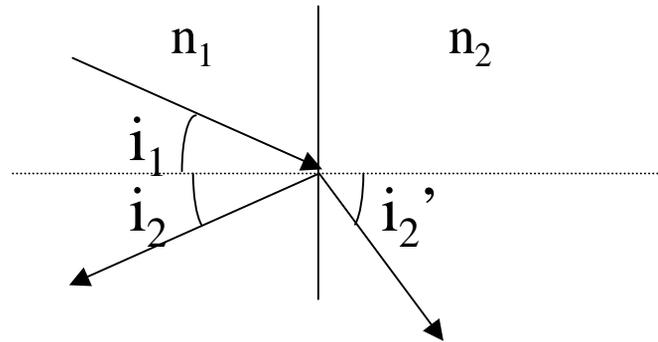
- $n_1 > n_2$  et  $i_{1\text{réflexion totale}} > \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$

- Application aux fibres optiques



# Bilan : Loi de Snell.

$$n_1 > n_2$$



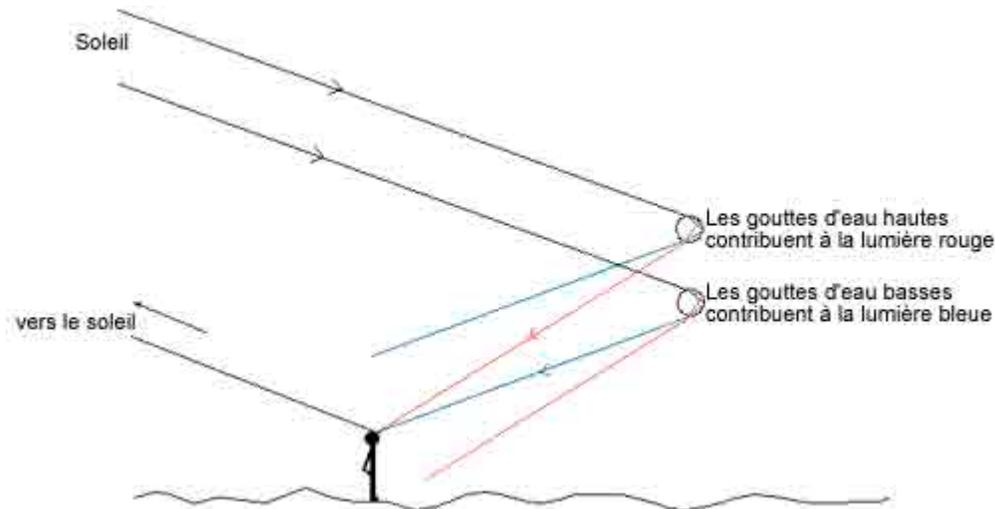
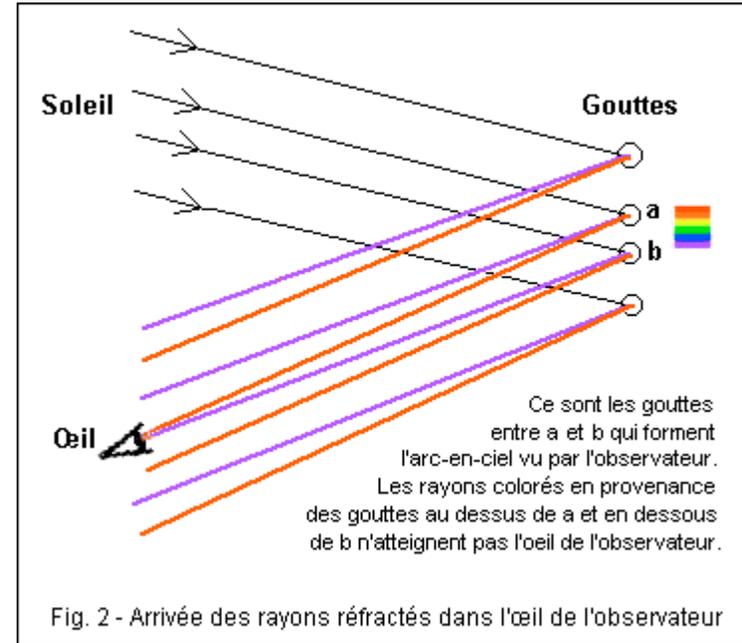
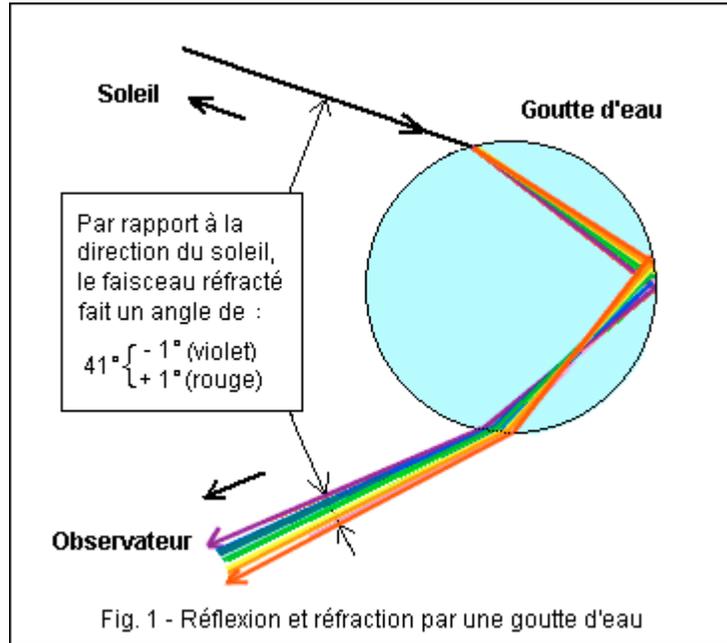
La réfraction dépend de  $\lambda$

- Les rayons réfracté et réfléchi sont dans le plan d'incidence.
- Le rayon réfléchi fait un angle  $i_r$  avec la N, tel que:  $i_r = -i_1$
- Le rayon réfracté fait un angle  $i_2'$  avec la N, tel que:  $n_1(\lambda)\sin(i_1) = n_2(\lambda)\sin(i_2')$
- Quand  $n_1 < n_2$  : Rayon réfracté maximum  $i_{2\max} = \arcsin(n_2/n_1)$ .
- Quand  $n_1 > n_2$  : Réflexion totale pour  $i_1 > i_r = \arcsin(n_1/n_2)$ .

**Principe du retour inverse de la lumière:** La symétrie de ces relations nous montre que le chemin suivi par la lumière ne dépend pas du sens de propagation.

**Remarque:** Ces relations nous donnent des informations sur la direction de propagation de la lumière mais pas sur la quantité d'énergie réfléchie ou réfractée.

# Dispersion: l'arc en ciel.



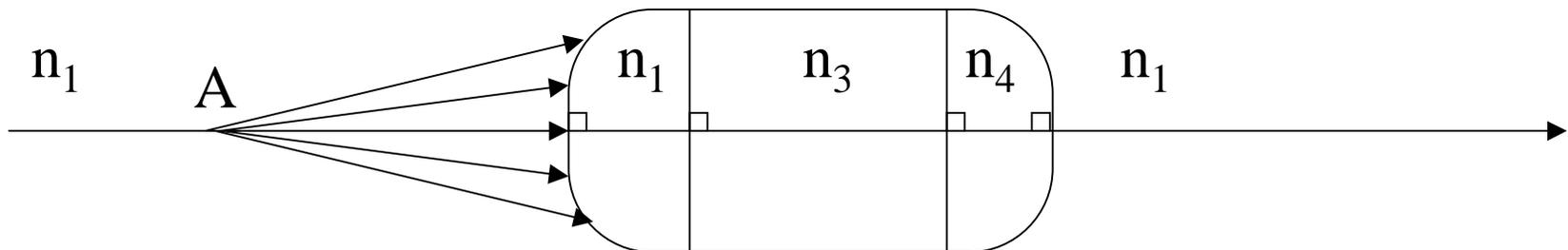
# Principe 3 de l'optique géométrique.

**3<sup>ème</sup> Principe :** Formation des images à travers un système optique.

**Système optique:** un système optique est un ensemble de milieux homogènes, transparents et isotropes, ou réflecteurs. En pratique, les surfaces séparant ces milieux sont de forme géométrique simple.

**Système optique centré:** les surfaces de séparation entre les différents milieux sont des surfaces de révolution autour d'un même axe: Axe du système optique ou axe optique. Cette symétrie impose que les surfaces soient perpendiculaires à l'axe optique.

**Point source A:** 1 point d'où partent des rayons lumineux: un faisceau conique divergent.

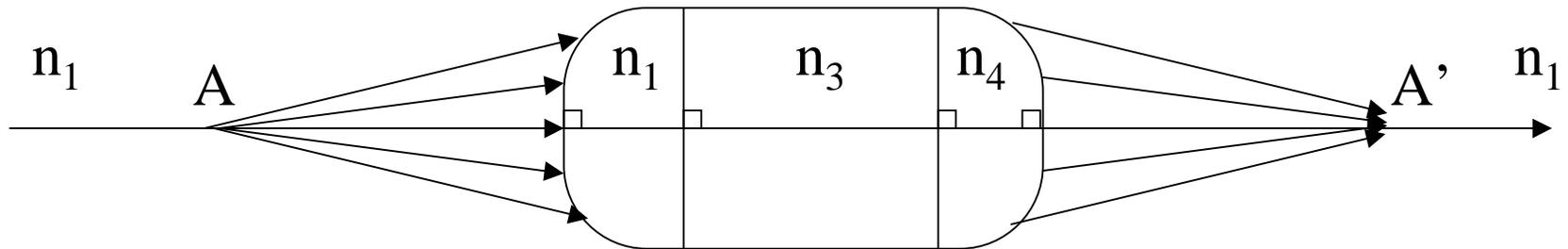


# Image d'un point A.

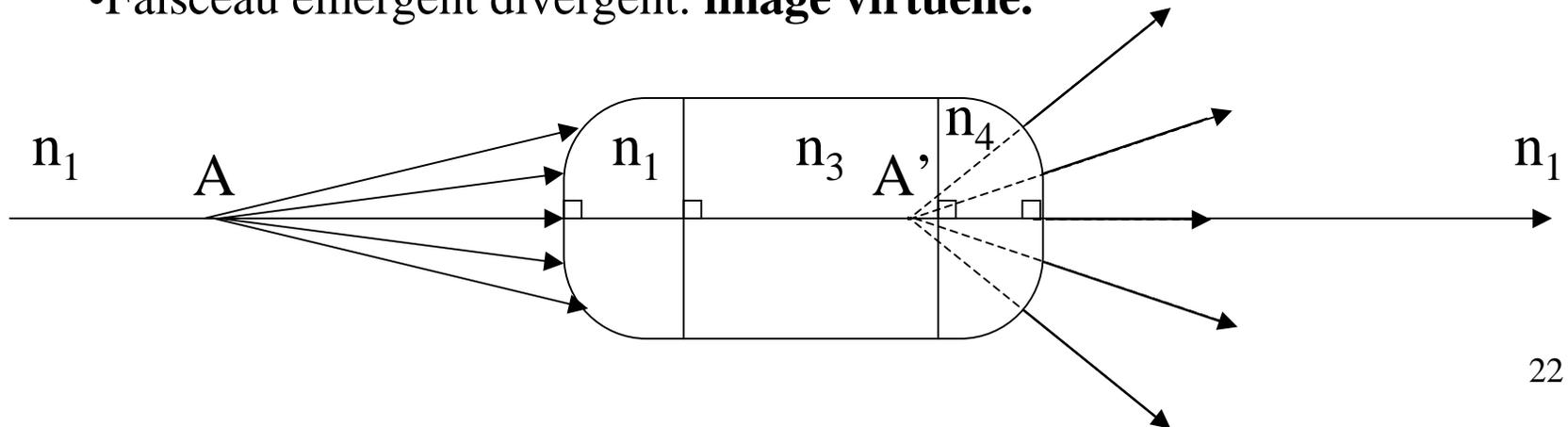
**Image A' du point A** est le point de croisement des rayons émergent du système optique. Le faisceau émergent est un faisceau conique de sommet A'.

**2 cas possibles:**

• Faisceau émergent convergent: **image réelle.**



• Faisceau émergent divergent: **image virtuelle.**



# Image d'un point A.

**image réelle:** on a de l'énergie au point A'. Toute l'énergie est concentrée au point A'. Intéressant pour réaliser une réaction photochimique telle que l'impression d'une pellicule photographique.

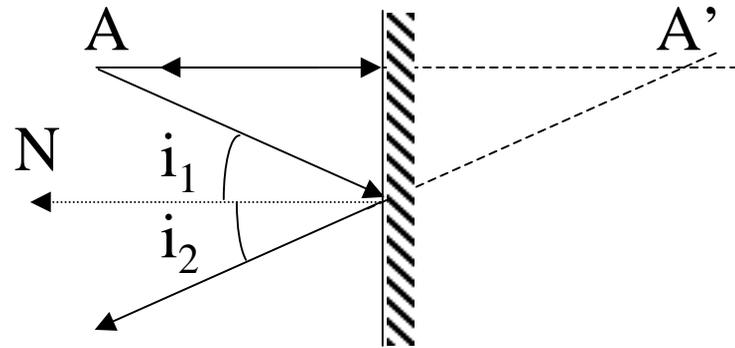
**image virtuelle:** on n'a pas d'énergie au point A'. Impossible d'avoir l'image sur un écran ou d'impressionner une pellicule photographique. **Exemple le miroir.**

**Pas d'image nette:** dans le cas où tous les rayons issus de A ne passent par un point A' alors un point donne une multitude de points. On a une image floue ou pas d'image nette.

# Miroir Plan.

**Miroir plan:** surface réfléchissante plane (surface métallisée).

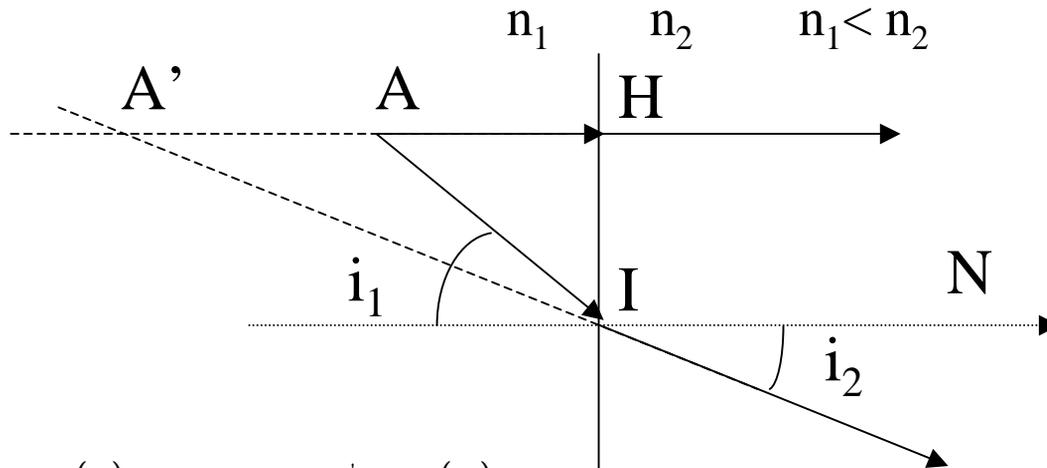
**Image d'un A:**



- **Image virtuelle.**
- **Tous les rayons passent par A' et ceci quelque soit A.**
- **A et A' sont symétriques par construction.**
- **Systeme unique: c'est le seul système pour lequel tous les rayons passent par A', et ceci quelque soit les rayons considérés et quelque soit l'objet A considéré.**

# Dioptre Plan.

**Dioptre plan:** séparation plane entre deux milieux d'indice  $n_1$  et  $n_2$ .



On a :  $IH = AH \tan(i_1)$  et  $IH = A'H \tan(i_2)$

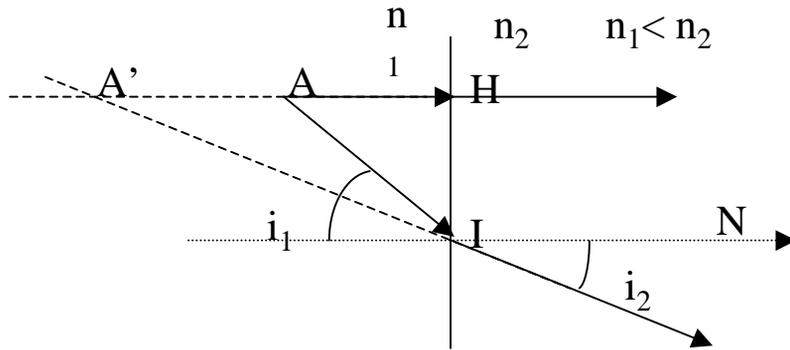
$$\text{d'où : } A'H = AH \frac{\sin(i_1)}{\sin(i_2)} \frac{\cos(i_2)}{\cos(i_1)}$$

$$\text{Or } \sin(i_2) = \frac{n_1}{n_2} \sin(i_1), \quad \cos(i_1) = \sqrt{1 - \sin^2(i_1)} \quad \text{et} \quad \cos(i_2) = \sqrt{1 - \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 \sin^2(i_1)}$$

$$\text{On en déduit que : } A'H = AH \frac{n_1}{n_2} \frac{\sqrt{1 - \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 \sin^2(i_1)}}{\sqrt{1 - \sin^2(i_1)}}$$

# Dioptre Plan.

On a :



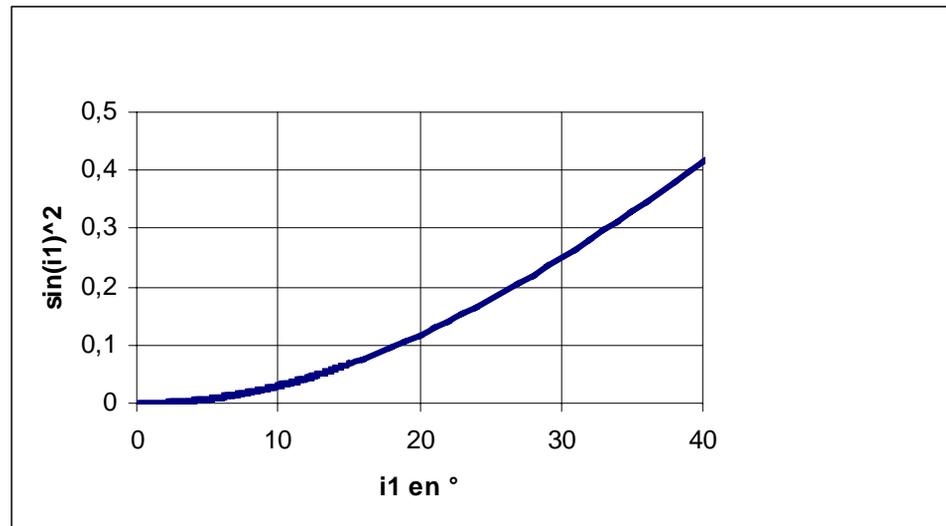
$$A'H = AH \frac{n_1}{n_2} \frac{\sqrt{1 - \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 \sin^2(i_1)}}{\sqrt{1 - \sin^2(i_1)}}$$

- **Image virtuelle.**
- $A'H = \text{fct}(i_1)$  donc  $A'$  n'est pas unique mais dépend du rayon considéré.
- **Image floue :** tous les rayons qui passent par  $A$  ne passent pas par  $A'$ .
- **Si  $i_1$  petit :**  $\sin^2(i) = 0$  alors  $A'H = AH \frac{n_2}{n_1}$ , on voit une image nette (dépend des détecteurs et plus précisément de leur résolution).
- **Si  $i_1$  petit :** on voit alors une image nette (dépend des détecteurs et plus précisément de leur résolution).
- **$i_1$  petit :** rayons peu inclinés ( $20^\circ$  pour  $n=1.5$ ) par rapport à l'axe optique.

# $i_1$ Petit: signification.

Dans le cas précédent :  $\sin^2(i_1) \ll 1$

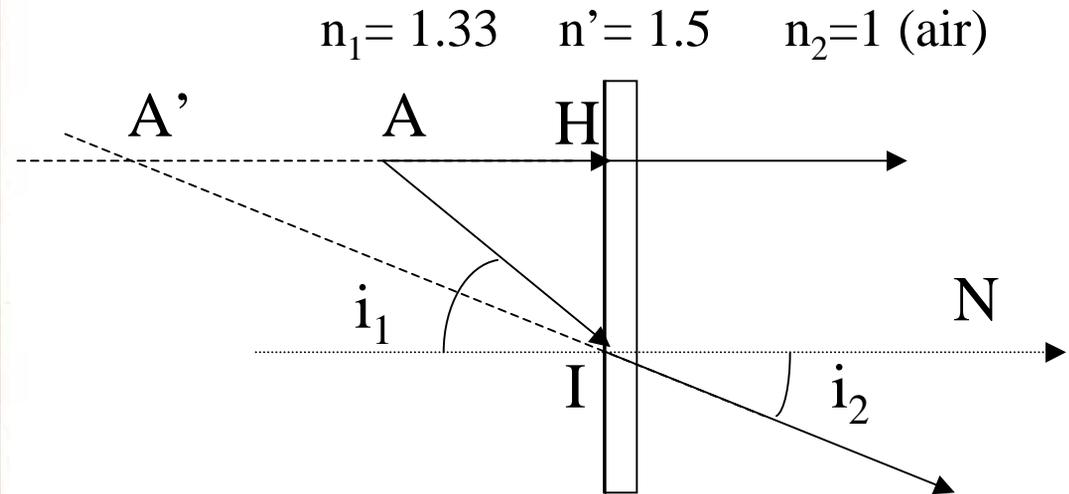
On trace  $\sin^2(i_1)$  en fonction de  $i_1$ :



$\sin^2(i_1) \ll 1$  jusqu'à environ  $20^\circ$ . (facteur 10)

# Illustration: dioptre Plan.

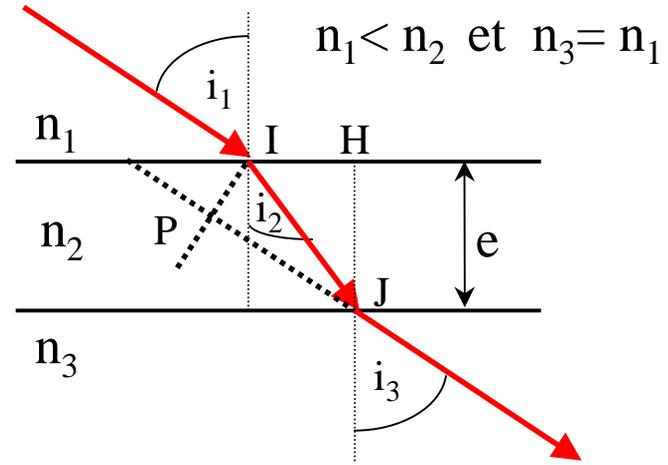
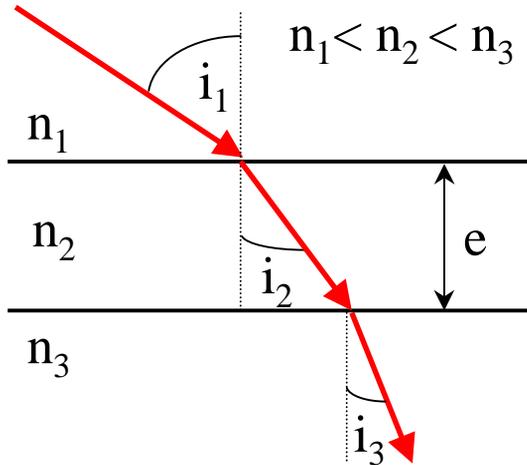
**Dioptre plan:** séparation plane entre deux milieux d'indice 1 et 1.33 (eau).



- **On peut le verre:** système équivalent à un dioptre plan.
- **$i_1$  petit :**  $A'H = AH \frac{n_2}{n_1}$
- **Image virtuelle.**
- **$n_1 > n_2$ :** La partie dans l'eau paraît plus proche.

# Lame à faces parallèles

Soit 3 milieux d'indice  $n_1$ ,  $n_2$  et  $n_3$  séparés par deux dioptries plans distant de  $e$ .



On a :  $n_1 \sin(i_1) = n_2 \sin(i_2)$  et  $n_2 \sin(i_2) = n_3 \sin(i_3)$

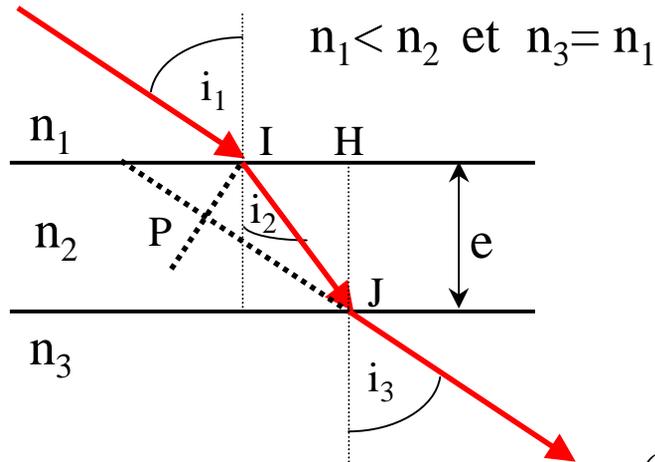
Soit :  $n_1 \sin(i_1) = n_3 \sin(i_3)$  la déviation  $D = (i_3 - i_1)$  ne dépend pas du milieu intermédiaire d'indice  $n_2$

Dans le cas  $n_1 = n_3$ , on a pas de déviation :  $D = 0$ , on a juste un décalage  $\Delta$ .

Par construction on a dans le triangle  $IJH$  :  $IJ = \frac{e}{\cos(i_2)}$

Par construction on a dans le triangle  $IJP$  :  $\Delta = IP = IJ \sin(i_1 - i_2) = \frac{e}{\cos(i_2)} \sin(i_1 - i_2)$

# Lame à faces parallèles



Dans le cas  $n_1 = n_3$  on a pas de déviation :  $D = 0$

On a juste un décalage  $\Delta$ .

$$\Delta = IP = \frac{e}{\cos(i_2)} \sin(i_1 - i_2)$$

$$\Delta = IP = IJ \sin(i_1 - i_2) = \frac{e}{\cos(i_2)} \sin(i_1 - i_2) = e \left( \sin(i_1) - \frac{\sin(i_2) \cos(i_1)}{\cos(i_2)} \right)$$

Or  $\sin(i_2) = \frac{n_1}{n_2} \sin(i_1)$ ,  $\cos(i_1) = \sqrt{1 - \sin^2(i_1)}$  et  $\cos(i_2) = \sqrt{1 - \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 \sin^2(i_1)}$

On en déduit que : 
$$\Delta = e \sin(i_1) \left( 1 - \frac{n_1}{n_2} \frac{\sqrt{1 - \sin^2(i_1)}}{\sqrt{1 - \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 \sin^2(i_1)}} \right)$$

Si  $i_1$  petit, alors  $\Delta = 0$ .

On a ni déviation ( $n_1 = n_3$ ), ni décalage ( $i_1 \approx 0$ ).

# Conditions de Gauss.

**Contexte:** à part le miroir plan un système optique ne donne pas d'image nette sauf dans certaines conditions: les conditions de Gauss.

## **Images hors conditions de Gauss:**

- Floues.
- Déformées.
- Distordues.

**Image nette: dépend de la résolution du détecteur.**

## **Condition de Gauss:**

- Les rayons lumineux doivent être peu inclinés par rapport à l'axe optique.
- Les rayons lumineux doivent être peu écartés de l'axe optique.
- On dit que les rayons sont paraxiaux.

**Dans la pratique:** on limite les rayons lumineux avec un diaphragme.

# Conséquences des conditions de Gauss.

## 1. Linéarisation des relations de Snell:

$$n_1 i_1 = n_2 i_2$$

loi de Kepler (vrai jusqu'à 20°)

Utilisation  $i$  en radian.

## 2. L'image d'un point A est un point A':

Deux rayons suffisent pour déterminer l'image d'un point.

## 3. Le système est aplanétique:

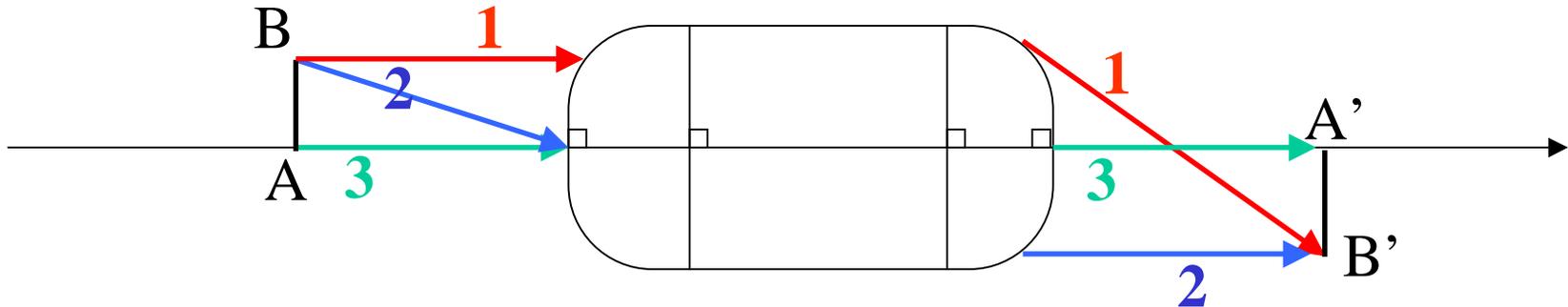
L'image d'un objet plan perpendiculaire à l'axe optique donne une image plane perpendiculaire à l'axe optique.

## 4. Existence d'une relation de conjugaison.

Relation qui lie la position de l'image à la position de l'objet.

**Ces conséquences nous donnent les informations nécessaires pour déterminer l'image A'B' d'un objet AB à travers un système optique centré.**

# Image d'un objet dans les conditions de Gauss.



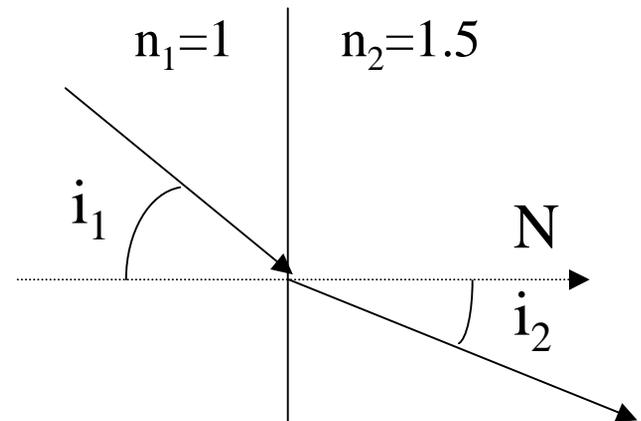
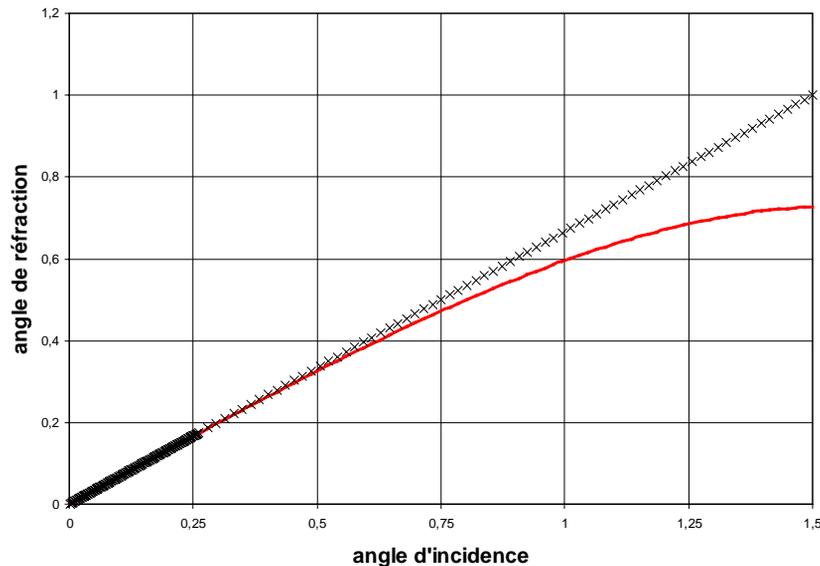
1. Le rayon 3 issu de A se propageant le long de l'axe optique n'est pas dévié. car système est centré. Toutes les surfaces sont perpendiculaires à l'axe optique. On en déduit que A' est sur l'axe optique.
2. Deux rayons 1 et 2 issus de B permettent de déterminer B'.
3. AB est perpendiculaire à l'axe optique donc A'B' l'est aussi car le système est aplanétique. On en déduit que A' est la projection de B' sur l'axe optique.

**A'B' est l'image de AB, image nette.**

# Rayons sont paraxiaux : signification.

## Condition de Gauss: $i$ petit

- Linéarisation de l'optique géométrique.
- $n_1 \sin(i_1) \approx n_1 i_1 \Rightarrow$  Loi de Kepler:  $n_1 i_1 = n_2 i_2$  ( $i$  en Rad).
- Comparaison loi de Snell et de Kepler:

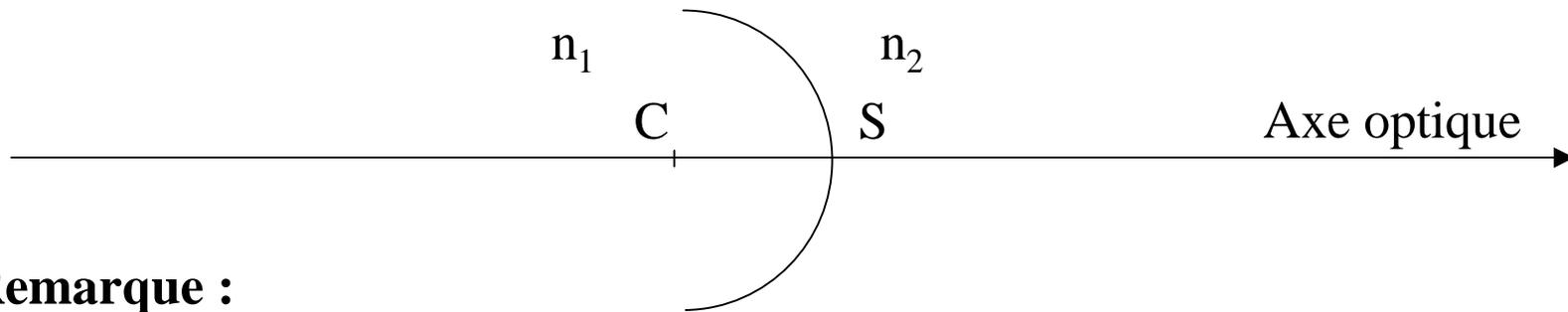


$$i < 0.34 \text{ rad ou } i < 20^\circ.$$

# Dioptre sphérique dans les conditions de Gauss.

## Dioptre sphérique :

- Pas physique, mais essentiel pour réaliser des systèmes optiques (lentilles).
- 2 Milieux homogènes, transparents et isotropes d'indice  $n_1$  et  $n_2$  séparés par une surface sphérique de rayon  $R$  et de centre  $C$ .
- On travaille en notation algébrique. Le sens positif est la direction de propagation de la lumière.



## Remarque :

- $\overline{SC} < 0$ ,  $\overline{SC} = -R = r$
- Comme le dioptre plan, il ne donne pas d'image nette hors condition de Gauss.
- 4 cas possibles pour le dioptre sphérique.

# Image d'un point lumineux.

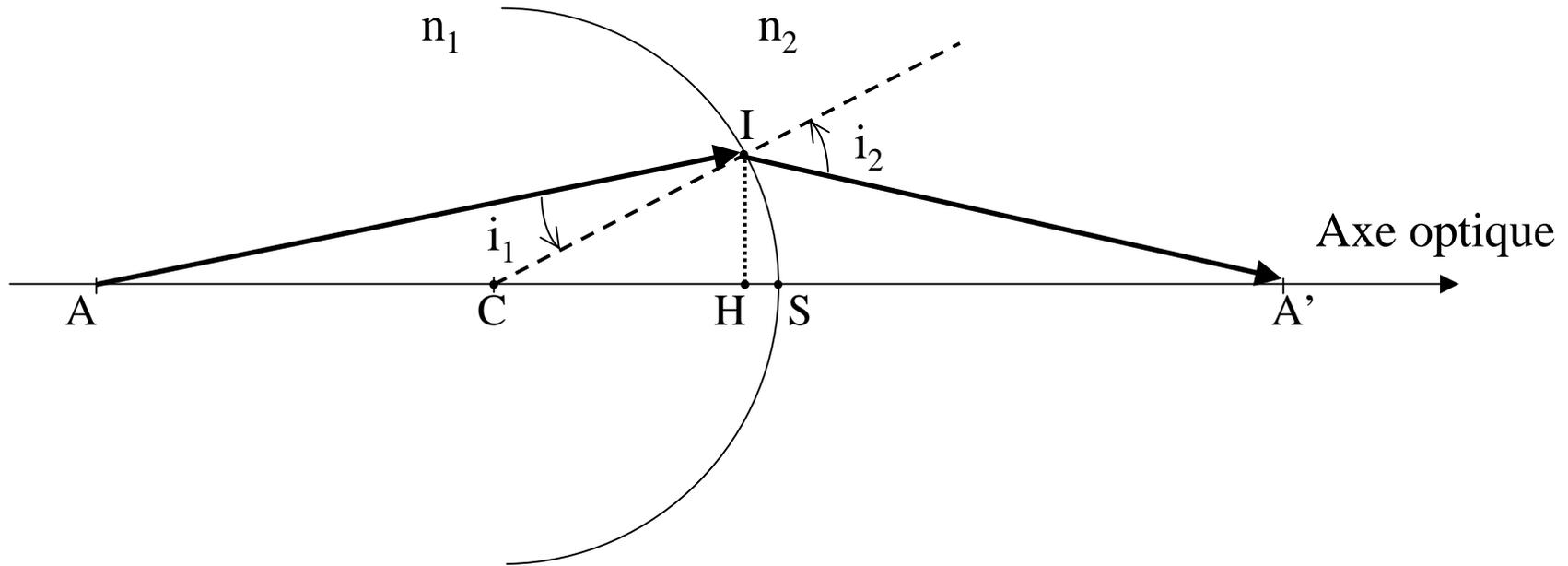
- $n_1 < n_2$  et  $\overline{SC} < 0$ : Dioptre divergent.
- $n_1 > n_2$  et  $\overline{SC} < 0$ : Dioptre convergent.
- $n_1 < n_2$  et  $\overline{SC} > 0$ : Dioptre convergent.
- $n_1 > n_2$  et  $\overline{SC} > 0$ : Dioptre divergent.

**Soit un rayon incident parallèle à l'axe optique.**

- Quand il se rapproche de l'axe optique = **convergent**.
- Quand il s'écarte de l'axe optique = **divergent**.

**Permet de réaliser des systèmes convergents :c'est intéressant pour la photographie.**

# Relations fondamentales du dioptre sphérique.



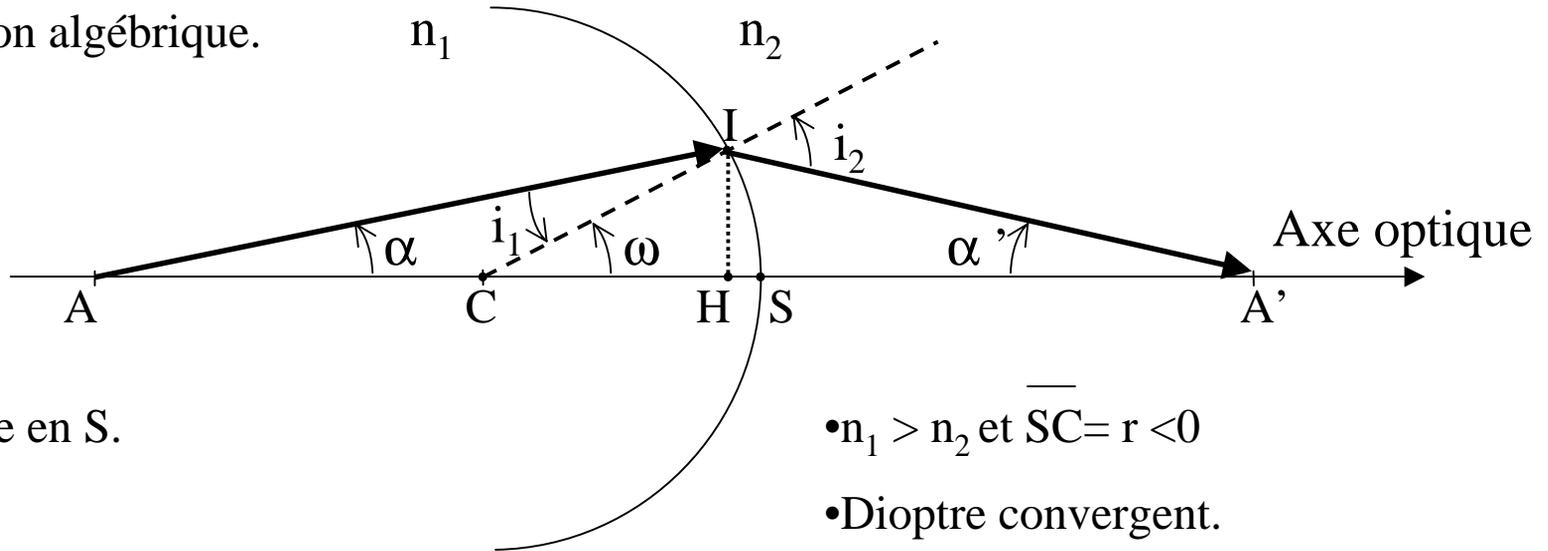
## Contexte:

- $n_1 > n_2$  et  $\overline{SC} = r < 0$ : Dioptre convergent.
- Condition de Gauss.
- Notation algébrique. Le sens positif est la direction de propagation de la lumière.
- Origine en  $S$ .

# Calculs.

• Notation algébrique.

- + →
- + ↗



• Origine en S.

•  $n_1 > n_2$  et  $\overline{SC} = r < 0$

• Dioptre convergent.

## Relation entre $\overline{SA}$ et $\overline{SA'}$ dans les Conditions de Gauss.

angles orientés :  $\omega > 0$ ,  $\alpha > 0$ ,  $\alpha' < 0$ ,  $i_1 > 0$ ,  $i_2 > 0$

Dans le triangle AIH on a :  $\alpha + \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} - \omega + i_1 = \pi$  soit :  $i_1 = \omega - \alpha$  (1)

Dans le triangle A'IH on a :  $(-\alpha') + \frac{\pi}{2} + \pi - i_2 - (\frac{\pi}{2} - \omega) = \pi$  soit :  $\omega - \alpha' - i_2 = 0$  (2)

# Calculs.

(2) associé à la relation de Kepler donne : 
$$\omega - \alpha' - \frac{n_1}{n_2} i_1 = 0 \quad (3)$$

(3) associé à la relation (1) donne : 
$$\omega - \alpha' - \frac{n_1}{n_2} (\omega - \alpha) = 0$$

soit : 
$$\omega(n_2 - n_1) = n_2\alpha' - n_1\alpha \quad (4)$$

On est dans les conditions de Gauss donc  $\omega$ ,  $\alpha'$  et  $\alpha$  sont petit et H peut être confondu avec S.

D'où : 
$$\tan(\omega) \approx \omega \quad \text{et} \quad \tan(\omega) = \frac{\overline{HI}}{\overline{CH}} \approx \frac{\overline{HI}}{\overline{CS}} \quad \text{soit} \quad \omega \approx -\frac{\overline{HI}}{r} \quad \text{avec} \quad r = \overline{SC} \quad (5)$$

$$\tan(\alpha) \approx \alpha \quad \text{et} \quad \tan(\alpha) = \frac{\overline{HI}}{\overline{AH}} \approx \frac{\overline{HI}}{\overline{AS}} \quad \text{soit} \quad \alpha \approx -\frac{\overline{HI}}{p} \quad \text{avec} \quad p = \overline{SA} \quad (6)$$

$$\tan(\alpha') \approx \alpha' \quad \text{et} \quad \tan(\alpha') = \frac{\overline{HI}}{\overline{A'H}} \approx \frac{\overline{HI}}{\overline{A'S}} \quad \text{soit} \quad \alpha' \approx -\frac{\overline{HI}}{p'} \quad \text{avec} \quad p' = \overline{SA'} \quad (7)$$

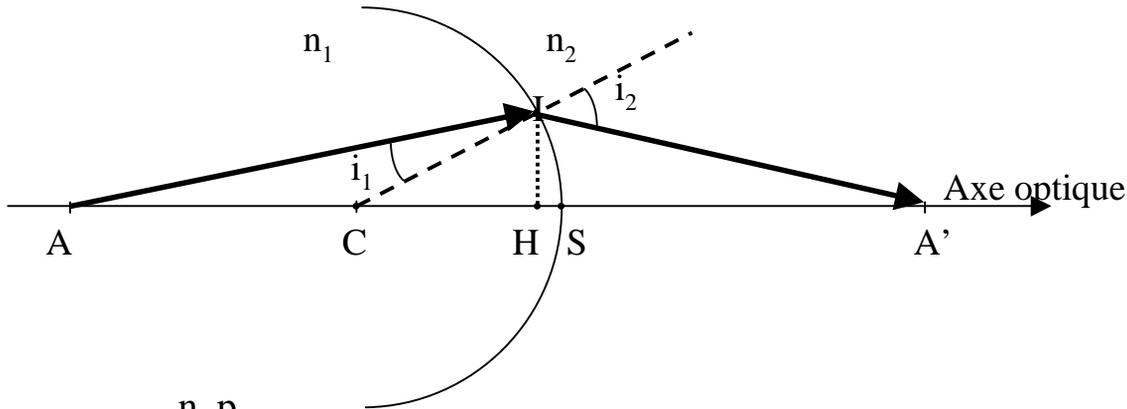
(5), (6), et (7) associées (4) nous donne la relation suivante :

$$-\frac{\overline{HI}}{r}(n_2 - n_1) = -n_2 \frac{\overline{HI}}{p'} + n_1 \frac{\overline{HI}}{p} \quad \text{on simplifie par } \overline{HI}$$

on obtient finalement : 
$$n_2 \frac{1}{p'} - n_1 \frac{1}{p} = \frac{1}{r}(n_2 - n_1)$$

**Relation de conjugaison  
du dioptré sphérique**

# Points particuliers de l'axe optique.



$$\frac{n_2}{p'} - \frac{n_1}{p} = \frac{n_2 - n_1}{r} = V$$

$$\text{ou } p = \overline{SA}, p' = \overline{SA'}, r = \overline{SC} = -R$$

$$p' = \frac{n_2 p}{n_1 + V p}$$

$p' = f(p)$  et  $f'(p) > 0$  donc  $p'$  augmente avec  $p$

Si  $p' = \infty$  alors  $p = -\frac{n_1 r}{n_2 - n_1} = f$  distance focale objet  $\Rightarrow$  point foyer objet F.

Si  $p = \infty$  alors  $p' = +\frac{n_2 r}{n_2 - n_1} = f'$  distance focale image  $\Rightarrow$  point foyer image F'.

$f = -\frac{n_1}{V}$  et  $f' = +\frac{n_2}{V}$  ou  $V$  est la vergence du dioptre et se mesure en dioptrie  $\delta [m^{-1}]$ .

Si  $V > 0$  on dit que le dioptre est convergent et  $f < 0$  et  $f' > 0$

Si  $V < 0$  on dit que le dioptre est divergent et  $f > 0$  et  $f' < 0$

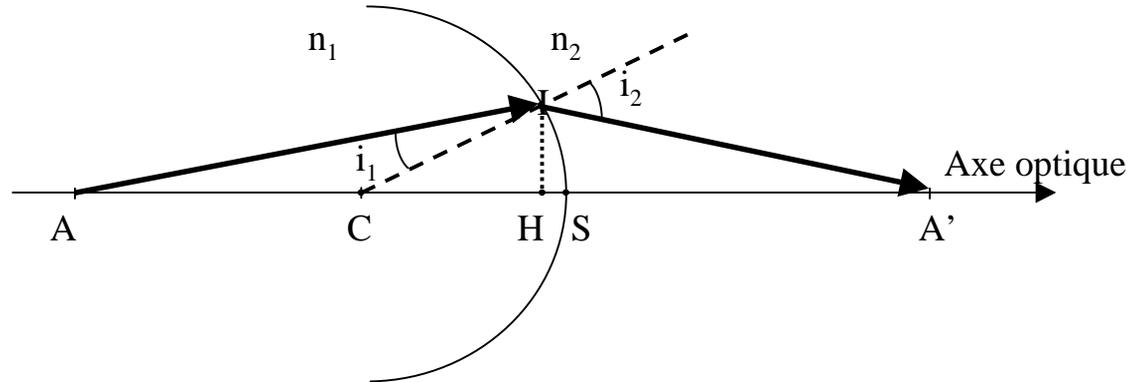
# Autres formulations de la relation de conjugaison du dioptre sphérique.

$$p = \overline{SA} \text{ et } p' = \overline{SA'}$$

$$r = \overline{SC} = -R,$$

$$f' = \overline{SF'} \text{ et } f = \overline{SF}$$

$$\sigma = \overline{FA} \text{ et } \sigma' = \overline{F'A'}$$



Relation classique:  $\frac{n_2}{p'} - \frac{n_1}{p} = \frac{n_2 - n_1}{r} = V = \frac{n_2}{f'} = -\frac{n_1}{f}$

Relation de Descartes:  $\frac{f'}{p'} + \frac{f}{p} = 1$

Relation de Newton:  $\frac{n_2}{p'} - \frac{n_1}{p} = \frac{n_2}{f'}$  soit  $\frac{p'}{p} = \frac{n_2}{n_1} \frac{(f' - p')}{f'}$

$\frac{n_2}{p'} - \frac{n_1}{p} = \frac{n_1}{f}$  soit  $\frac{p}{p'} = \frac{n_1}{n_2} \frac{(f - p)}{f}$

d'où:  $(f - p)(f' - p') = ff' = \sigma\sigma'$

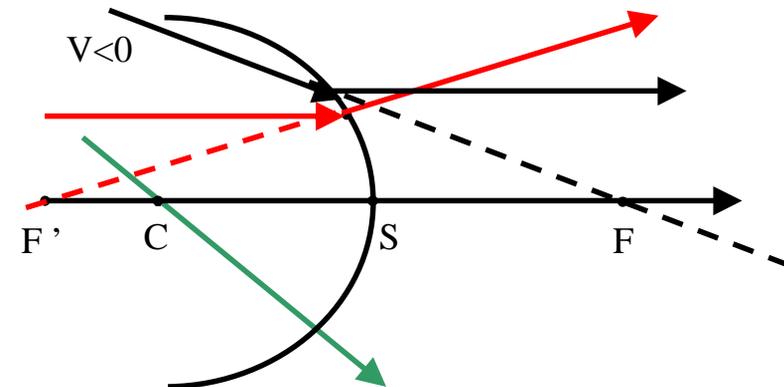
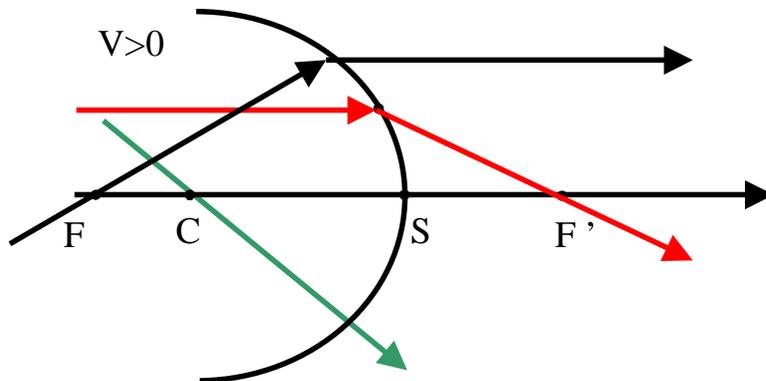
$f - p = \overline{SF} - \overline{SA} = -\overline{FA} = -\sigma$

$f' - p' = \overline{SF'} - \overline{SA'} = -\overline{F'A'} = -\sigma'$

# Utilisation de $F$ et $F'$

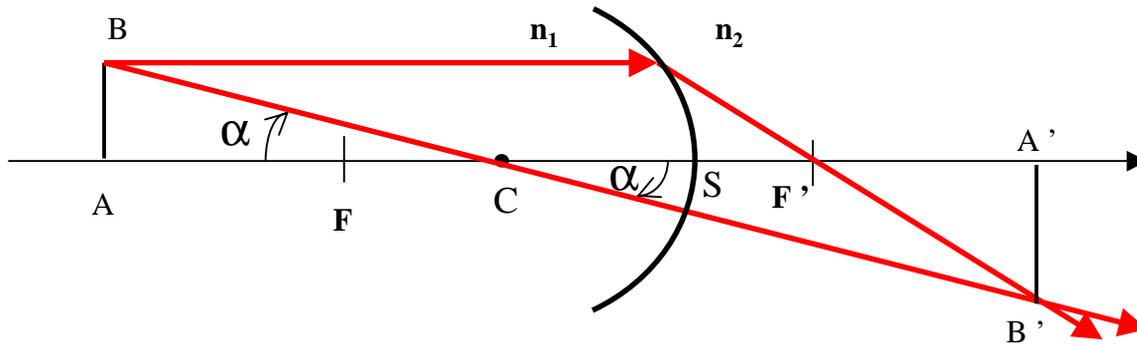
## Utilisation de $F$ et $F'$ :

- Tous les rayons incidents parallèles à l'axe optique passent par  $F'$
- Tous les rayons incidents qui passent par  $F$  sortent du dioptre parallèles à l'axe optique.
- Si  $V > 0$  alors  $F$  et  $F'$  sont respectivement du côté des rayons incidents et du côté des rayons réfractés.
- Si  $V < 0$  alors  $F$  et  $F'$  sont respectivement du côté des rayons réfractés et du côté des rayons incidents.



**Remarque:** le rayon qui passe par le centre  $C$  du dioptre n'est pas dévié.

# Grandissement du dioptre sphérique



$$\frac{n_2}{p'} - \frac{n_1}{p} = \frac{n_2 - n_1}{r} = V = \frac{n_2}{f'} = -\frac{n_1}{f}$$

ou  $p = \overline{SA}$ ,  $p' = \overline{SA'}$ ,  $r = \overline{SC} = -R$

Grandissement transversale:  $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$

par construction géométrique on a:  $\tan(\alpha) = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{CA'}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{CA}}$  d'où:  $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{CA'}}{\overline{CA}} = \frac{p' - r}{p - r}$

D'après  $\frac{n_2}{p'} - \frac{n_1}{p} = \frac{(n_2 - n_1)}{r}$  on trouve:  $r = \frac{(n_2 - n_1)pp'}{n_2p - n_1p'}$

On en déduit que:  $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{p' - r}{p - r} = \frac{n_1}{n_2} \frac{p'}{p}$  soit encore:  $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = -\frac{f}{f'} \frac{p'}{p}$

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = -\frac{f}{f'} \frac{p'}{p}$$

# Grandissement en fonction de $\sigma$ et $\sigma'$

On a le Grandissement transversale:  $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{AB} = \frac{n_1 p'}{n_2 p} = -\frac{f p'}{f' p}$

d'où:  $\gamma = -\frac{f p'}{f' p} = -\frac{f \overline{SA'}}{f' SA} = -\frac{f \overline{SF'+F'A'}}{f' \overline{SF+FA}} = -\frac{f f'+\sigma'}{f' f+\sigma} = -\frac{ff'+f\sigma'}{f' f+f'\sigma}$

En utilisant la relation de Newton, on a:

$$\left| \begin{array}{l} \gamma = -\frac{ff'+f\sigma'}{f' f + \frac{ff'^2}{\sigma'}} = -\frac{\sigma'}{f'} \\ \gamma = -\frac{ff'+\frac{f' f^2}{\sigma'}}{f' f + f'\sigma} = -\frac{f}{\sigma} \end{array} \right.$$

On a donc :

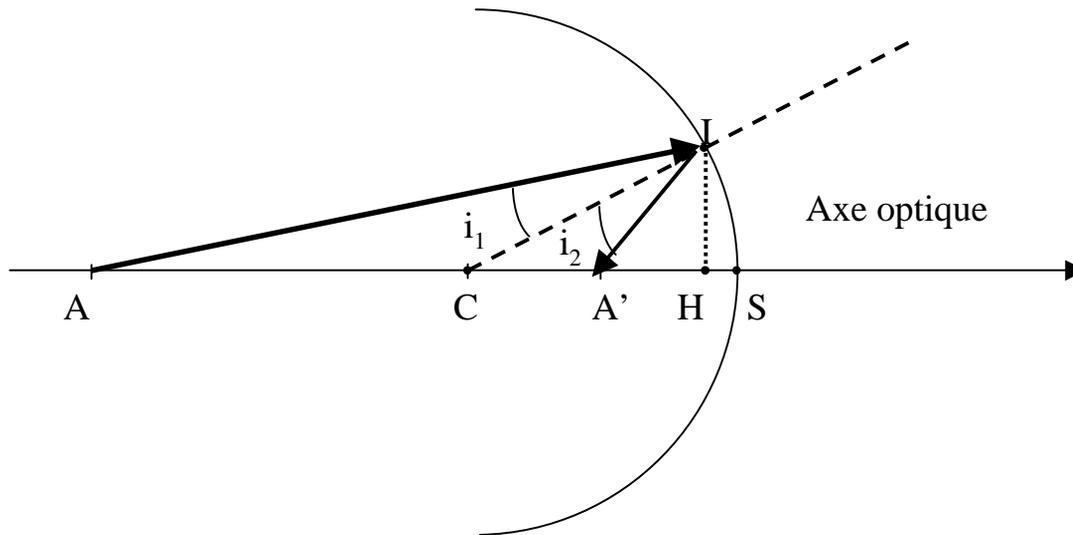
$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{AB} = \frac{n_1 p'}{n_2 p} = -\frac{f p'}{f' p} = -\frac{\sigma'}{f'} = -\frac{f}{\sigma}$$

**Relation du grandissement.**

# Miroir sphérique dans les conditions de Gauss.

## Dioptrique sphérique :

- Surface sphérique de rayon  $R$  et de centre  $C$  recouverte d'une métallisation.
- On travaille en notation algébrique. Le sens positif est la direction de propagation de la lumière.



$$\frac{1}{p'} + \frac{1}{p} = \frac{2}{r}$$

$$\text{où } p = \overline{SA}, p' = \overline{SA'}, r = \overline{SC}$$

# Les lentilles.

**Les Lentilles** sont des constituants essentiels des systèmes optiques (jumelles, microscopes, télescopes et bien sûr l'appareil photographique).

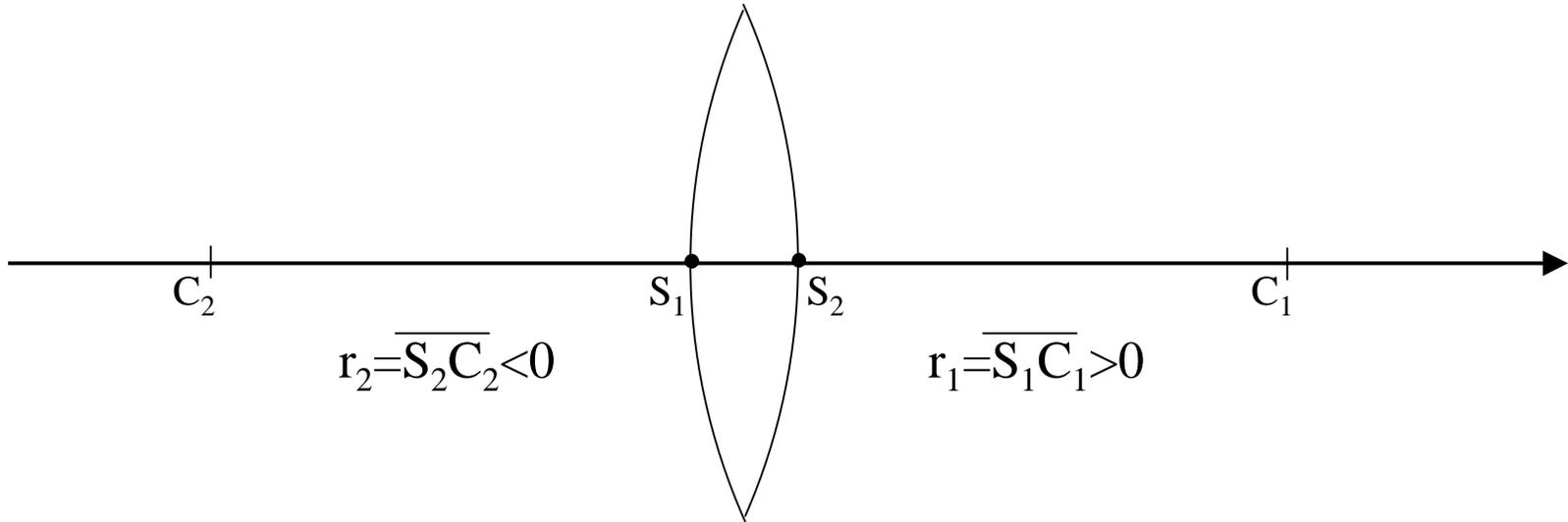
**Lentilles minces dans les conditions de Gauss permettent:**

- De réaliser des images nettes.
- D'agrandir l'image d'un objet.
- De rétrécir l'image d'un objet.
- De renverser l'image d'un objet.
- De focaliser l'image d'un objet sur un écran ou un détecteur.

**Définition:**

- Une lentille est milieu homogène, transparent et isotrope séparé par 2 dioptries sphériques de rayon  $R_1$  et  $R_2$ , l'un des 2 dioptries peut être plan.
- La droite qui joint les centres des dioptries est l'axe optique.
- Si l'un des dioptries est plan, alors il est perpendiculaire à l'axe optique.
- On travaille en notation algébrique.

# Cas d'une lentille Mince.



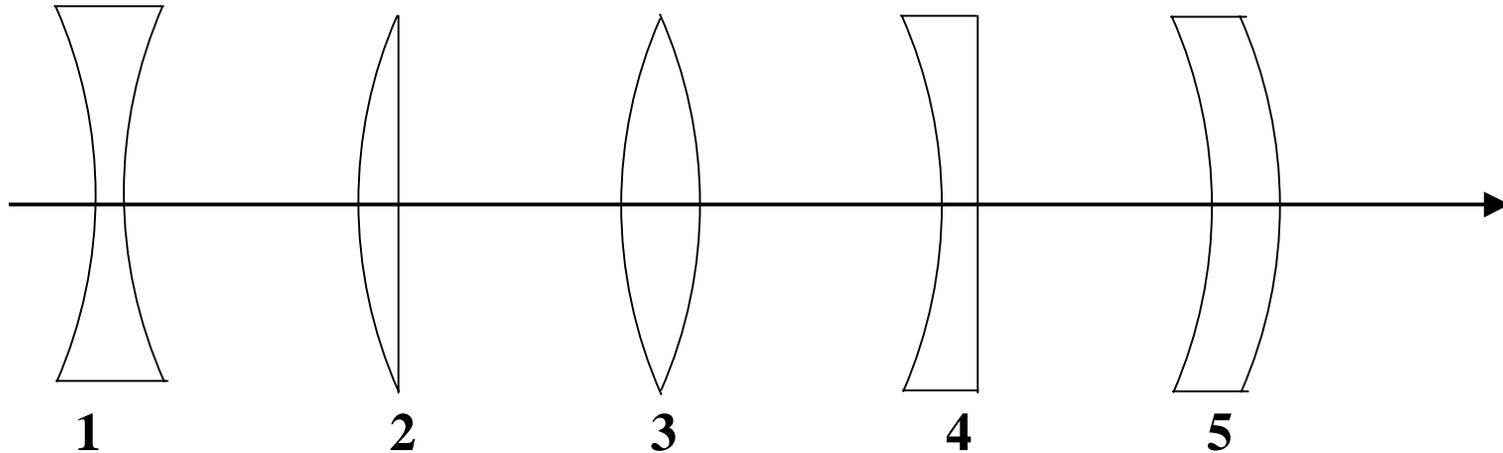
## Lentille :

- Système dioptrique centré.
- Le rayon incident va subir 2 réfractions.

## Lentille mince:

- $S_1 S_2 \ll |r_1 - r_2|$

# Exemples de lentilles.

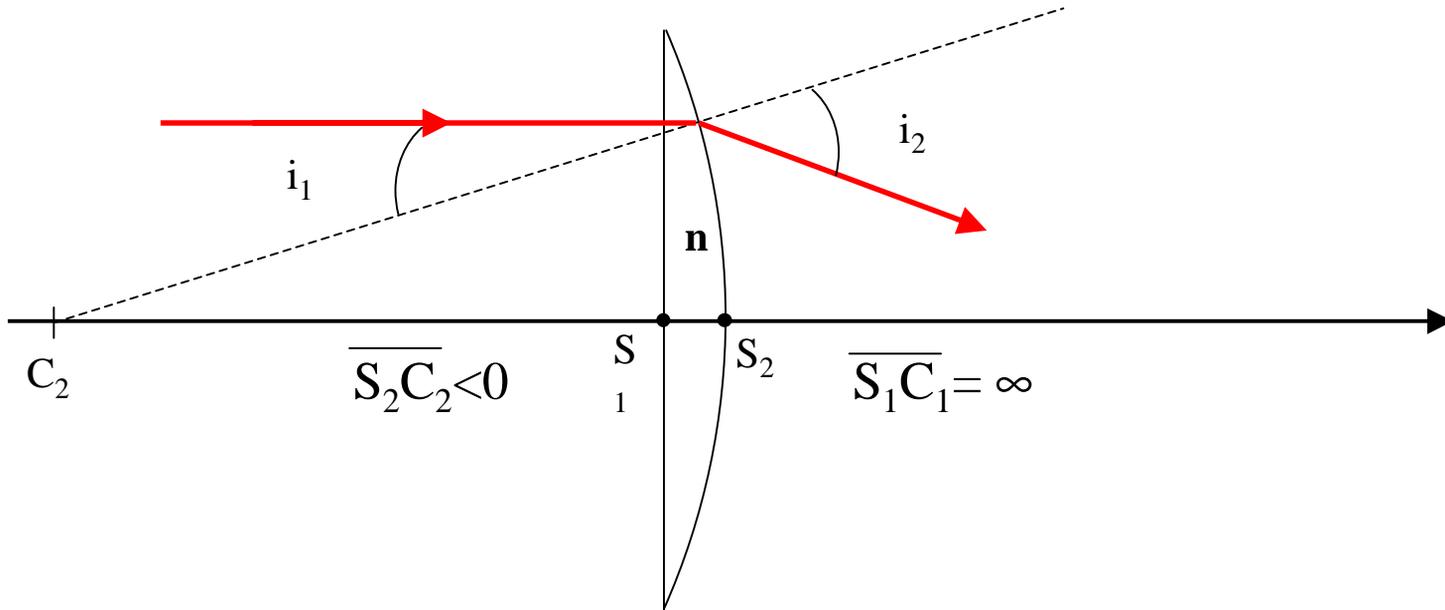


## Type de lentille:

1. Lentille mince car  $S_1S_2=1\text{mm}$ ,  $r_1=-1\text{m}$ ,  $r_2=1\text{m}$  et  $|r_1-r_2|=2\text{m}$
2. Lentille mince car  $S_1S_2=1\text{mm}$ ,  $r_1=1\text{m}$ ,  $r_2=\infty$  et  $|r_1-r_2|=1\text{m}$
3. Lentille mince car  $S_1S_2=1\text{mm}$ ,  $r_1=1\text{m}$ ,  $r_2=-1\text{m}$  et  $|r_1-r_2|=2\text{m}$
4. Lentille mince car  $S_1S_2=1\text{mm}$ ,  $r_1=-1\text{m}$ ,  $r_2=\infty$  et  $|r_1-r_2|=1\text{m}$
5. Lentille **épaisse** car  $S_1S_2=1\text{mm}$ ,  $r_1=1\text{m}$ ,  $r_2=1\text{m}$  et  $|r_1-r_2|=0\text{m}$

**Cette partie du cours porte essentiellement sur les lentilles minces.**

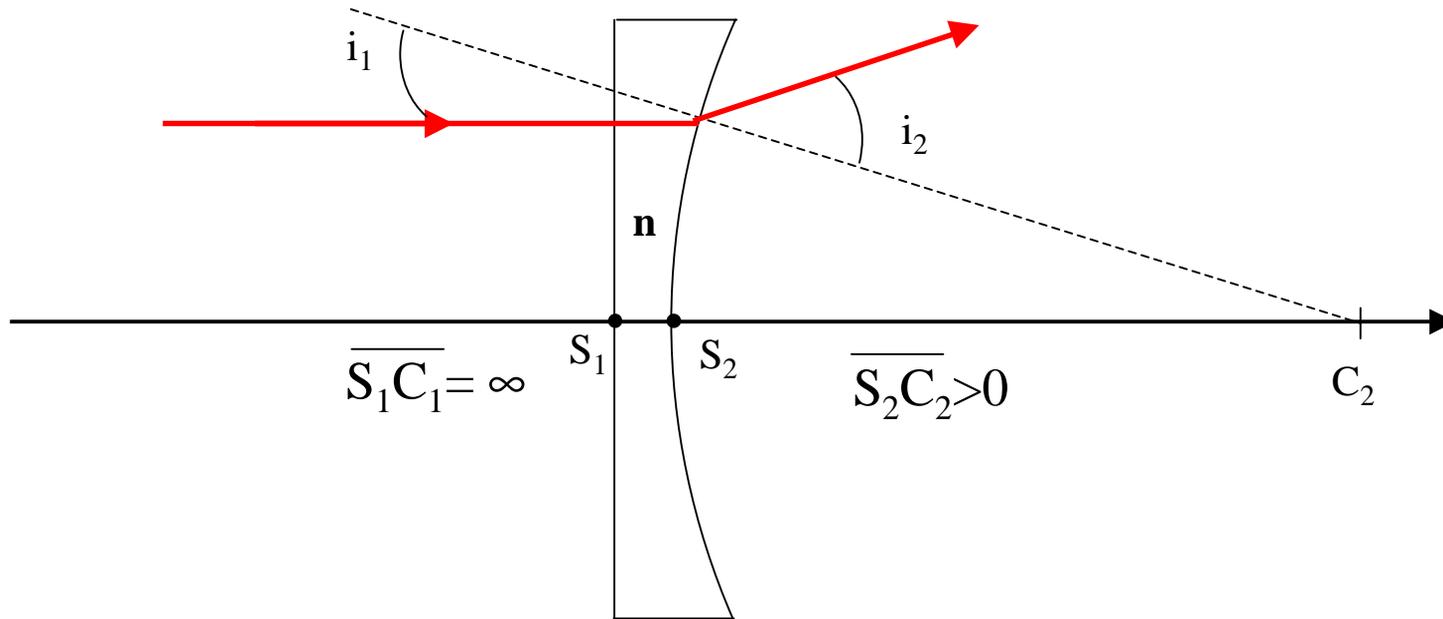
# Bord des lentilles: bords minces



- Si un rayon incident parallèle à l'axe optique sort incliné vers l'axe optique: **lentille convergente**.
- Les lentilles à bords minces sont **convergentes**.

**Ne pas confondre lentille mince et à bords minces.**

# Bord des lentilles: bords épais



- Si un rayon incident parallèle à l'axe optique sort écarté de l'axe optique: **lentille divergente.**
- Les lentilles à bords épais sont **divergentes.**

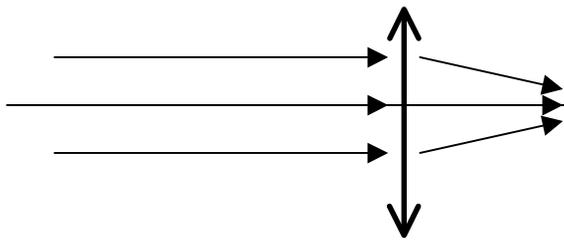
**Ici on a une lentille mince et à bords épais.**

# Bilan et notations.

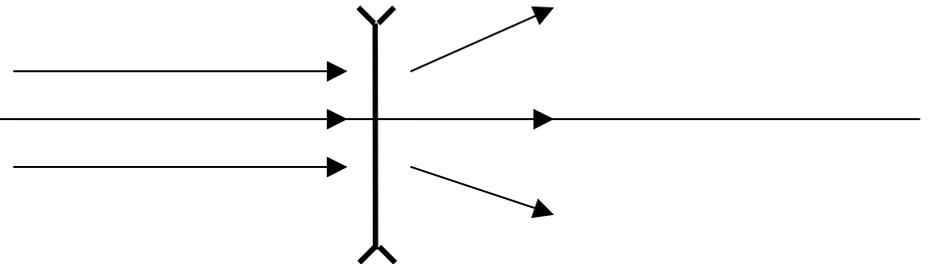
## Les lentilles:

- Système dioptrique centré.
- Le rayon incident va subir 2 réfractions.
- Si un rayon incident parallèle à l'axe optique sort incliné vers l'axe optique: **lentille convergente (lentille à bords minces)**.
- Si un rayon incident parallèle à l'axe optique sort écarté de l'axe optique: **lentille divergente (lentille à bords épais)**.

On représente les lentilles minces de la façon suivante:



**Lentille convergente**

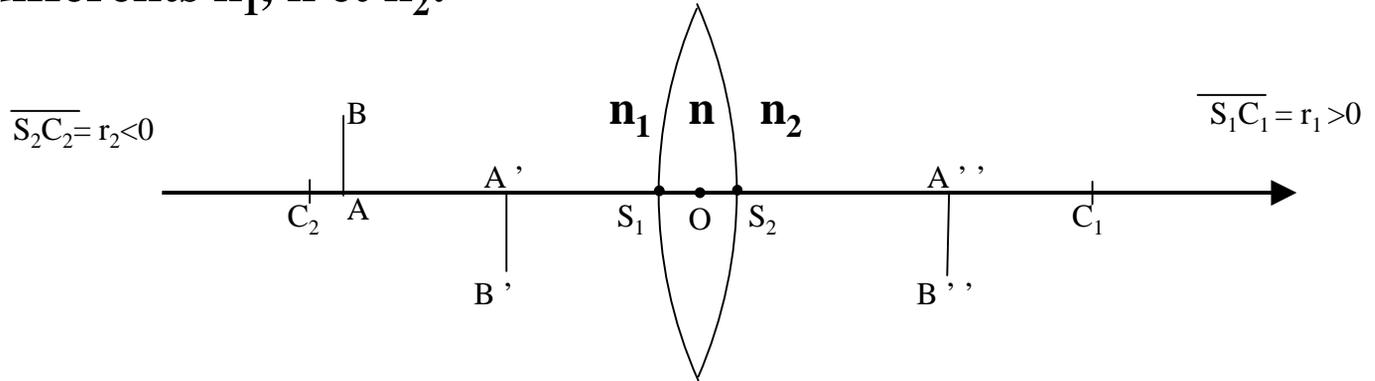


**Lentille divergente**

# Relation de conjugaison.

**Les lentilles: association de deux dioptries de sommets  $S_1$  et  $S_2$  séparant 3 milieux d'indice différents  $n_1$ ,  $n$  et  $n_2$ :**

**Cas général:**



$$AB \Rightarrow A'B' \Rightarrow A''B''$$

**Dans l'approximation de Gauss on a :**

$$\text{Pour le dioptre 1: } \frac{n}{S_1A'} - \frac{1}{S_1A} = \frac{n-1}{S_1C_1} \quad \text{et} \quad \text{Pour le dioptre 2: } \frac{1}{S_2A''} - \frac{n}{S_2A'} = \frac{1-n}{S_2C_2}$$

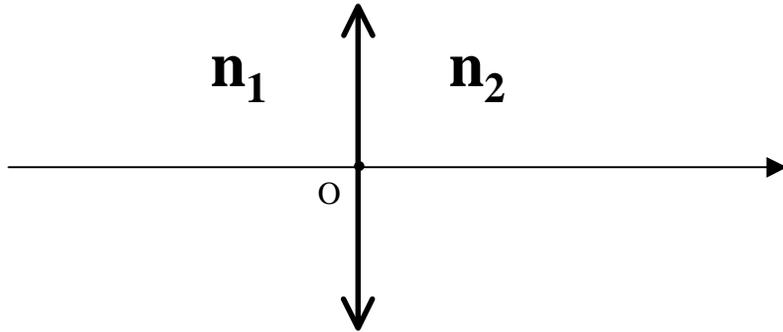
Lentille mince  $\Rightarrow S_1, S_2$  et  $O$  sont confondus

$$\text{D'où: } \frac{n}{OA'} - \frac{n_1}{OA} = \frac{n-n_1}{r_1} \quad \text{et} \quad \frac{n_2}{OA''} - \frac{n}{OA'} = \frac{n_2-n}{r_2}$$

$$\text{On a alors: } \frac{n_2}{OA''} - \frac{n_1}{OA} = \left( \frac{(n_2-n)}{r_2} - \frac{(n_1-n)}{r_1} \right) = V \quad \text{où } V \text{ est la vergence de la lentille en } \delta$$

$$\text{On note aussi: } \frac{n_2}{p'} - \frac{n_1}{p} = V$$

# Points particuliers de l'axe optique.



$$\text{On a : } \frac{n_2}{p'} - \frac{n_1}{p} = V \quad \text{ou } p' = \overline{OA'} \quad \text{et } p = \overline{OA}$$

$$V = \left( \frac{(n_2 - n)}{r_2} - \frac{(n_1 - n)}{r_1} \right)$$

**1. Foyer image F ':** Si  $p = \infty$  alors  $p' = n_2/V = f'$  où  $f'$  est la distance focale image.

**2. Foyer objet F:** Si  $p' = \infty$  alors  $p = -n_1/V = f$  où  $f$  est la distance focale objet.

**Relation de conjugaison:**  $\left| \frac{n_2}{p'} - \frac{n_1}{p} = V = \frac{n_2}{f'} = -\frac{n_1}{f} \right.$  ou  $p' = \overline{OA'}$  et  $p = \overline{OA}$

## Remarques :

- Relation de conjugaison identique à celle du dioptre sphérique.
- $f$  et  $f'$  pas de même signe.
- Si la lentille est divergente ( $V < 0$ ) alors  $f$  est positif et  $f'$  négatif.
- Si la lentille est convergente ( $V > 0$ ) alors  $f$  est négatif et  $f'$  positif.

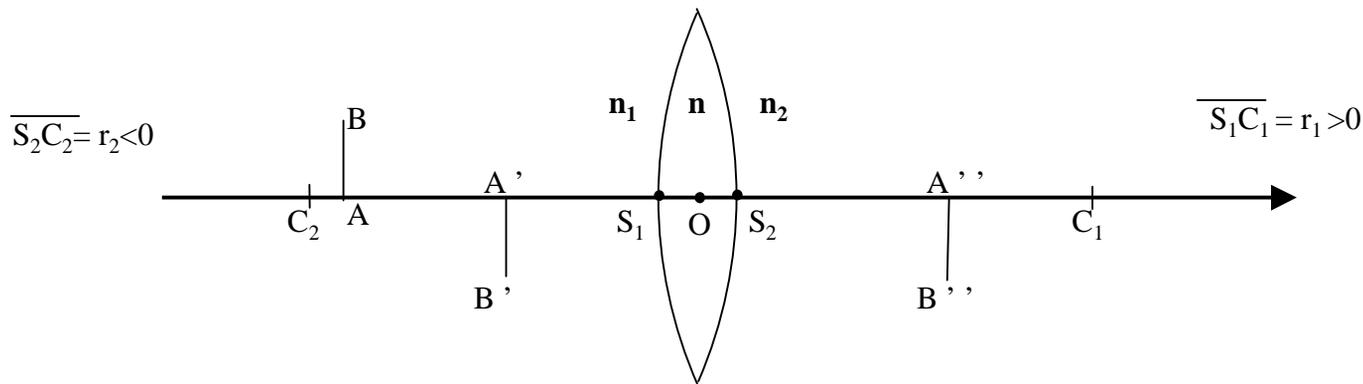
# Relations de conjugaison.

$$p = \overline{SA} \text{ et } p' = \overline{SA'}$$

$$f' = \overline{SF'} \text{ et } f = \overline{SF}$$

$$\sigma = \overline{FA} \text{ et } \sigma' = \overline{F'A'}$$

$V$  est la vergence



Relation classique :

$$\frac{n_2}{p'} - \frac{n_1}{p} = \left( \frac{n_2 - n}{r_2} - \frac{n_1 - n}{r_1} \right) = V = \frac{n_2}{f'} = -\frac{n_1}{f}$$

Relation de Descartes :

$$\frac{f'}{p'} + \frac{f}{p} = 1$$

Relation de Newton :

$$\frac{n_2}{p'} - \frac{n_1}{p} = \frac{n_2}{f'} \text{ soit } \frac{p'}{p} = \frac{n_2}{n_1} \frac{(f' - p')}{f'}$$

$$\frac{n_2}{p'} - \frac{n_1}{p} = \frac{n_1}{f} \text{ soit } \frac{p}{p'} = \frac{n_1}{n_2} \frac{(f - p)}{f}$$

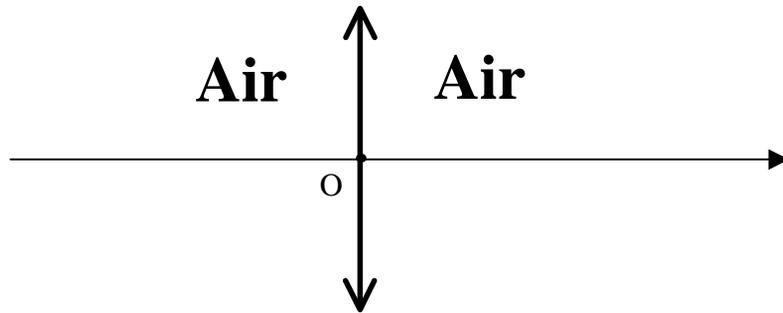
$$d'ou : (f - p)(f' - p') = ff' = \sigma\sigma'$$

$$f - p = \overline{SF} - \overline{SA} = -\overline{FA} = -\sigma$$

$$f' - p' = \overline{SF'} - \overline{SA'} = -\overline{F'A'} = -\sigma'$$

# Lentilles minces "classiques".

En général, les deux milieux extrêmes sont de l'air:  $n_1=n_2=1$ .



$$\text{On a : } \frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = V \quad \text{ou } p' = \overline{OA'} \quad \text{et } p = \overline{OA}$$

$$V = (1-n) \left( \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right)$$

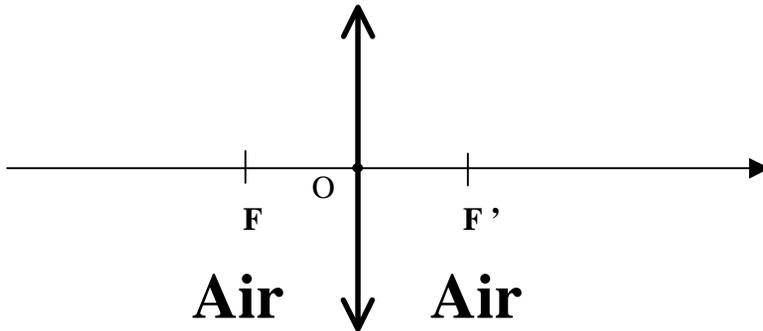
1. **Foyer image F ' :** Si  $p = \infty$  alors  $p' = n_2/V = f'$  où  $f'$  est la distance focale image.
2. **Foyer objet F :** Si  $p' = \infty$  alors  $p = -n_1/V = f$  où  $f$  est la distance focale objet.
3. **Centre optique :** les rayons passant par le point O ne sont pas déviés. En effet, en ce point la lentille est assimilable à une lame à faces parallèles.

## Remarques :

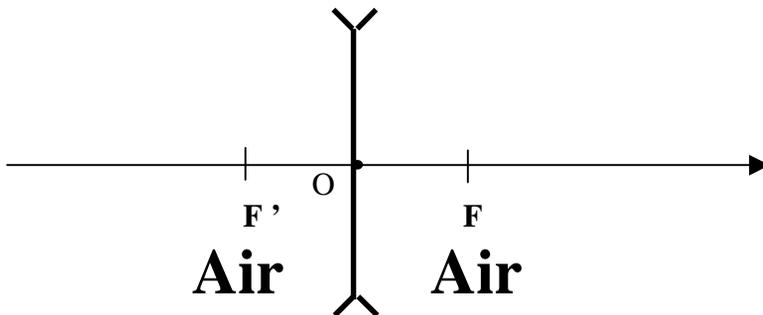
- $f$  et  $f'$  sont opposées.
- Si la lentille est divergente ( $V < 0$ ) alors  $f$  est positif et  $f'$  négatif.
- Si la lentille est convergente ( $V > 0$ ) alors  $f$  est négatif et  $f'$  positif.

# Lentilles minces "classiques".

**A partir de maintenant nous considérons des Lentilles minces "classique", c'est à dire des lentilles dont les milieux extrêmes sont de l'air.**

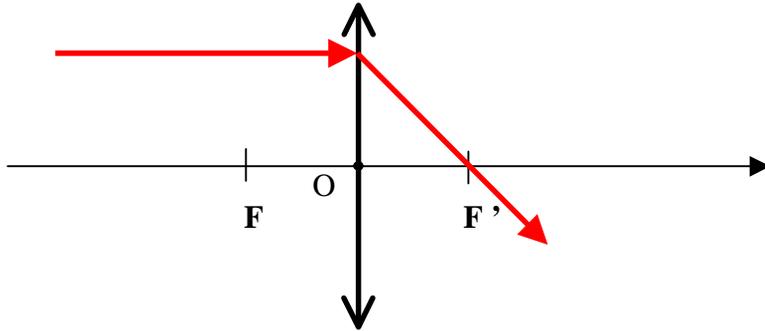


$$\frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = V \quad \text{ou } p' = \overline{OA'} \text{ et } p = \overline{OA}$$

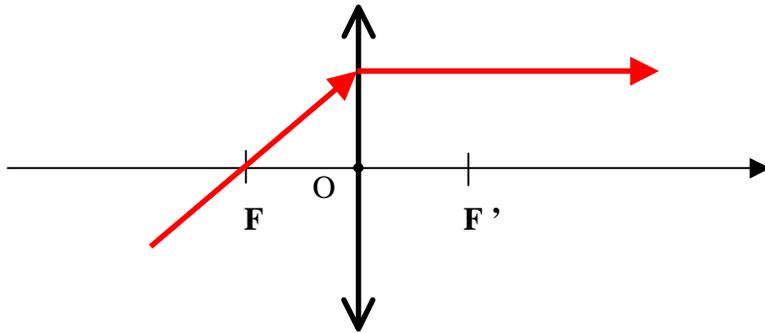


$$V = (1 - n) \left( \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right)$$

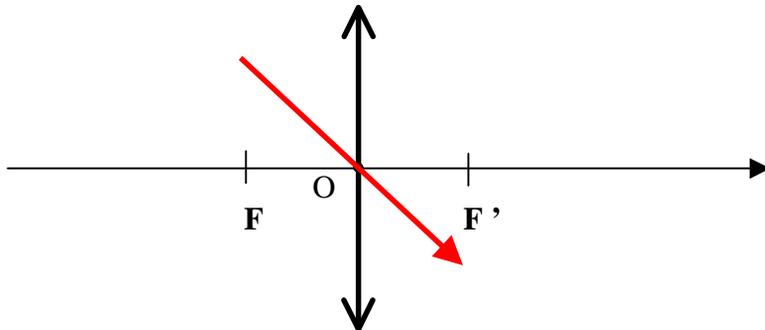
# Lentilles convergentes.



$$\text{On a : } \frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f'} \quad \text{où } p' = \overline{OA'} \text{ et } p = \overline{OA}$$

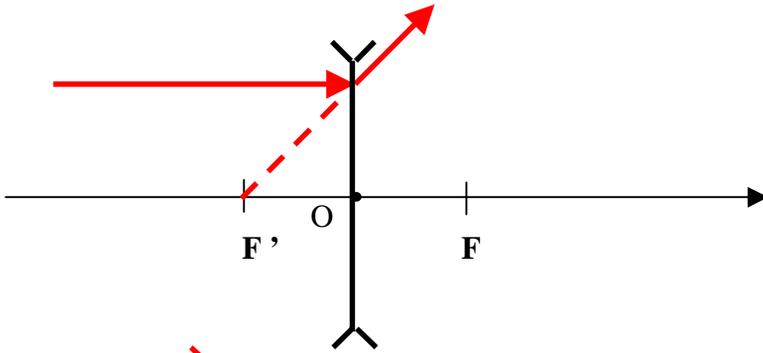


$$\text{On a : } \frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f'} \quad \text{où } p' = \overline{OA'} \text{ et } p = \overline{OA}$$

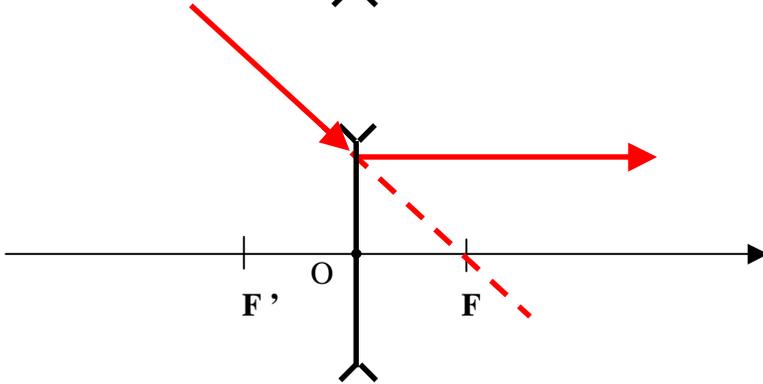


$$\text{On a : } \frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f'} \quad \text{où } p' = \overline{OA'} \text{ et } p = \overline{OA}$$

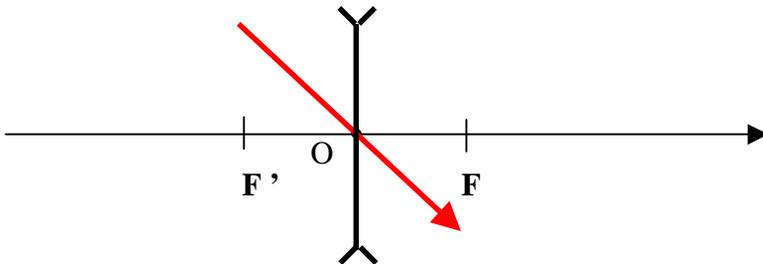
# Lentilles divergentes.



On a :  $\frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f'}$  où  $p' = \overline{OA'}$  et  $p = \overline{OA}$



On a :  $\frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f'}$  où  $p' = \overline{OA'}$  et  $p = \overline{OA}$

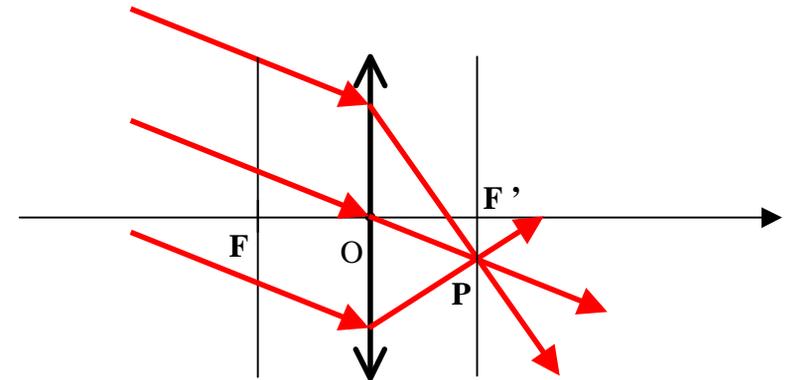
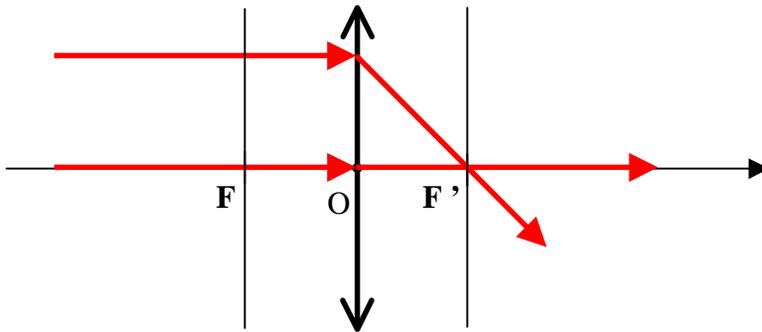


On a :  $\frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f'}$  où  $p' = \overline{OA'}$  et  $p = \overline{OA}$

# Plans focaux pour lentilles.

## Plans focaux:

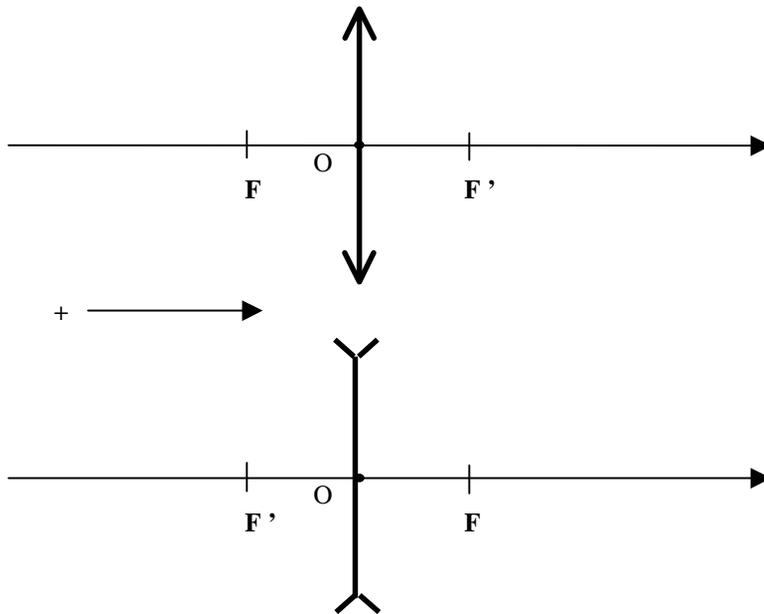
- Plans perpendiculaires à l'axe optique passant par  $F$  et  $F'$ .
- Les rayons parallèles passent tous par un seul point  $P$  appartenant à un des plans focaux.



- Plan focal image et plan focal objet.
- Foyer secondaire image.
- Foyer secondaire objet.
- Idem pour les lentilles divergentes.

# Espace objet et espace image.

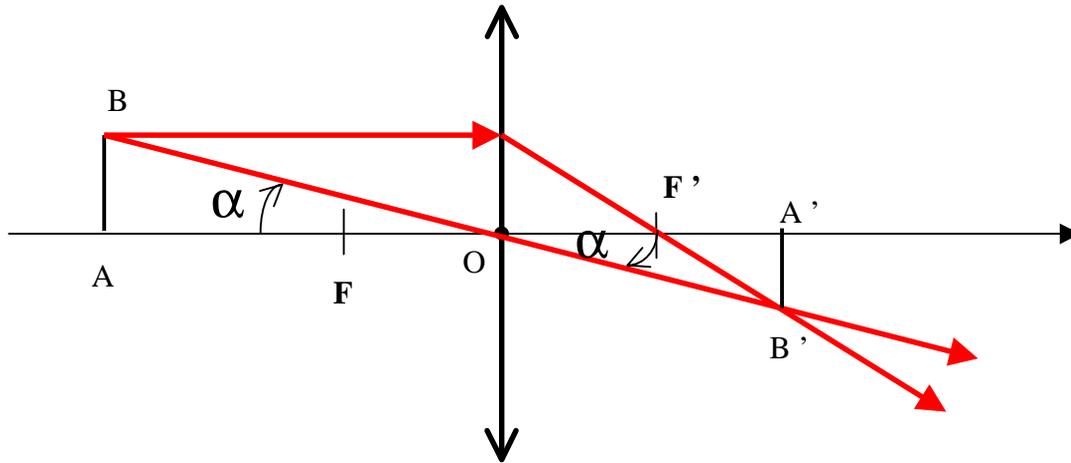
A priori, un objet est situé du côté d'où vient la lumière avant la lentille et l'image à travers la lentille se situe après cette dernière.



- **Objet réel:** avant la lentille.  $p < 0$
- **Objet virtuel:** après la lentille.  $p > 0$
- **Image réelle:** après la lentille.  $p > 0$
- **Image virtuelle:** avant la lentille.  $p < 0$

• **Objet virtuel n'a pas d'existence physique, il s'agit en réalité de l'image d'un objet à travers un système optique.**

# Formation d'une image, grandissement.



On a :  $\frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f'}$   
 ou  $p' = \overline{OA'}$  et  $p = \overline{OA}$

Grandissement transversale :  $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$

par construction géométrique on a :

$$\tan(\alpha) = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{OA'}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{OA}}$$

$$\text{d'ou : } \gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \frac{p'}{p}$$

# Association de systèmes optiques simples.

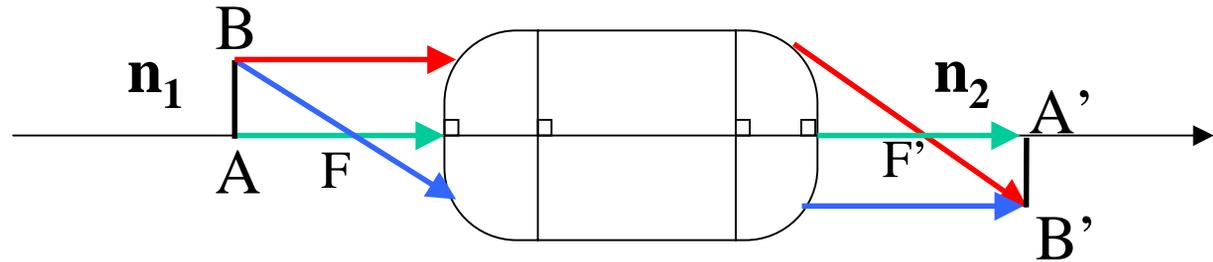
- **Systèmes optiques simples:** Dioptres plans, dioptre sphériques, lentilles minces.
- **Nous allons nous intéresser essentiellement aux associations de systèmes optiques simples constituant un système optique centré:** la lentille mince est par exemple un système optique centré constitué par une association de 2 dioptres (Association particulière car  $S_1 S_2 = 0$ ).
- **Quand on utilise un système optique on veut avoir une relation de conjugaison et une relation de grandissement transversal.**
- **Ces relations doivent être les plus simples possibles d'utilisation, comme pour le dioptre sphérique.**
- **On a vu précédemment que pour le dioptre sphérique et la lentille ces relations étaient identiques.**
- **On parle alors de relations de conjugaison "universelles".**
- **Dans le cas d'une association on va vouloir se ramener à ces relations de conjugaison "universelles".**
- **Il faudra pour cela opérer à certain nombre de calculs et de transformations que nous allons voir dans la suite.**

# Relations de conjugaison "universelles".

Attention les origines de :

$p$  et  $p'$ ,  $f'$  et  $f$  ne sont  
toujours les mêmes!

$\sigma = \overline{FA}$  et  $\sigma' = \overline{F'A'}$



*Relation classique* :  $\frac{n_2}{p'} - \frac{n_1}{p} = V = \frac{n_2}{f'} = -\frac{n_1}{f}$

*Relation de Descartes* :  $\frac{f'}{p'} + \frac{f}{p} = 1$

*Relation de Newton* :  $(f - p)(f' - p') = ff' = \sigma\sigma'$

Grandissement :  $\gamma = -\frac{f}{f'} \frac{p'}{p} = -\frac{\sigma}{\sigma'} = -\frac{f}{\sigma'}$

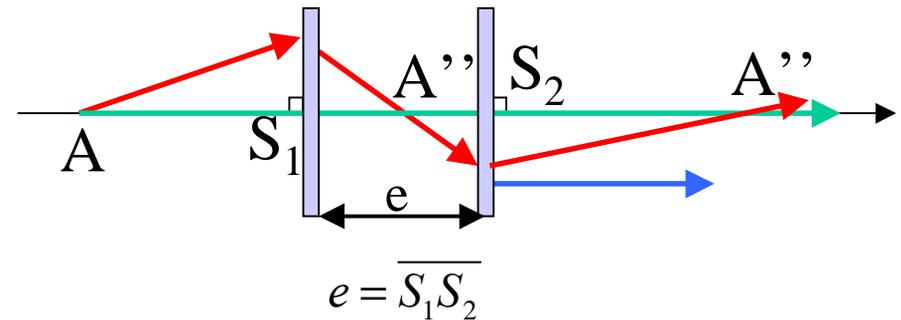
**Pour toute association on  
peut se ramener à ces  
relations.**

**Pour cela, on peut être  
amené à changer nos  
origines pour  $p$ ,  $p'$ ,  $f$  et  $f'$**

# Doublet quelconque.

**Soit 2 systèmes optiques quelconques:**

- De sommets  $S_1$  et  $S_2$ .
- De focales images  $f_1'$  et  $f_2'$ .
- De focales objets  $f_1$  et  $f_2$ .
- Séparés d'une distance  $e$



**A donne A' à travers le 1<sup>er</sup> système optique**

**A' est alors objet pour le 2<sup>nd</sup> système optique**

**A' donne A'' à travers le 2<sup>nd</sup> système optique**

**A'' est donc l'image de A à travers le doublet formé par l'association des 2 systèmes optiques.**

**On veut une relation de conjugaison reliant les positions de A et de A''**

**On a les relations suivantes (Descartes) pour chacun des systèmes optiques:**

$$\frac{f_1'}{p_1'} + \frac{f_1}{p_1} = 1 \quad \text{et} \quad \frac{f_2'}{p_2'} + \frac{f_2}{p_2} = 1$$

$$\text{Avec:} \begin{cases} f_1 = \overline{S_1 F_1} & \text{et} & f_1' = \overline{S_1' F_1'} \\ p_1 = \overline{S_1 A} & \text{et} & p_1' = \overline{S_1' A'} \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} f_2 = \overline{S_2 F_2} & \text{et} & f_2' = \overline{S_2' F_2'} \\ p_2 = \overline{S_2 A'} & \text{et} & p_2' = \overline{S_2' A''} \end{cases}$$

# Mise en équation.

Les relations des Descartes nous donnent les expressions suivantes:

$$p_1' = \frac{f_1' p_1}{p_1 - f_1} \quad (1)$$

$$p_1 = \frac{f_1 p_1'}{p_1' - f_1} \quad (2)$$

$$p_2' = \frac{f_2' p_2}{p_2 - f_2} \quad (3)$$

$$p_2 = \frac{f_2 p_2'}{p_2' - f_2} \quad (4)$$

$$\text{Avec: } \begin{cases} f_1 = \overline{S_1 F_1} & \text{et} & f_1' = \overline{S_1' F_1'} \\ p_1 = \overline{S_1 A} & \text{et} & p_1' = \overline{S_1' A'} \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} f_2 = \overline{S_2 F_2} & \text{et} & f_2' = \overline{S_2' F_2'} \\ p_2 = \overline{S_2 A} & \text{et} & p_2' = \overline{S_2' A'} \end{cases}$$

**A** donne **A'** à travers le 1<sup>er</sup> système optique  
**A'** est alors objet pour le 2<sup>nd</sup> système optique  
**p<sub>1</sub>'** et **p<sub>2</sub>** sont donc relié par e :

$$p_1' = \overline{S_1' A''} = \overline{S_1' S_2} + \overline{S_2 A''} = e + p_2 \quad (5)$$

$$\text{Avec } e = \overline{S_1' S_2}$$

# Mise en équation.

On veut  $p_1$  en fonction de  $p_2'$  et  $p_2'$  en fonction de  $p_1$ , c'est à dire une relation entre la position de l'image A'' et la position de l'objet A:

$$(2) \text{ et } (5) \text{ donne: } p_1 = \frac{f_1 (e + p_2)}{(e + p_2) - f_1'} \quad (6)$$

$$(6) \text{ et } (4) \text{ donne: } p_1 = \frac{f_1 \left( e + \frac{f_2 p_2'}{p_2' - f_2'} \right)}{\left( e + \frac{f_2 p_2'}{p_2' - f_2'} \right) - f_1'} \quad \text{soit} \quad p_1 = \frac{p_2' f_1 (e + f_2) - e f_2' f_1}{p_2' (e + f_2 - f_1') + f_2' (f_1' - e)} \quad (8)$$

$$(2) \text{ et } (5) \text{ donne: } p_2' = \frac{f_2' (p_1 - e)}{(p_1 - e) - f_2} \quad (7)$$

$$(6) \text{ et } (1) \text{ donne: } p_2' = \frac{f_2' \left( \frac{f_1' p_1}{p_1 - f_1} - e \right)}{\left( \frac{f_1' p_1}{p_1 - f_1} - e \right) - f_2} \quad \text{soit} \quad p_2' = \frac{p_1 f_2' (f_1' - e) - e f_2' f_1}{p_1 (f_1' - e - f_2) + f_1 (f_2 + e)} \quad (9)$$

**Attention  $p_2'$  et  $p_1$  n'ont pas même origine.**

# Foyer objet et image du doublet.

**Le foyer objet correspond à  $p_2' = \infty$  dans l'équation (9), soit:**

$$p_2' = \infty \text{ quand } p_1(f_1' - e - f_2) + f_1(f_2 + e) = 0$$

$$\text{d'ou : } p_1 = \frac{f_1(f_2 + e)}{(e + f_2 - f_1')} = \frac{f_1(f_2 + e)}{\Delta} = \overline{S_1 F} \quad (10) \quad \text{avec } \Delta = (e + f_2 - f_1')$$

**Le foyer image correspond à  $p_1 = \infty$  dans l'équation (8), soit:**

$$\text{soit } p_1 = \infty \text{ quand } p_2'(e + f_2 - f_1') + f_2'(f_1' - e) = 0$$

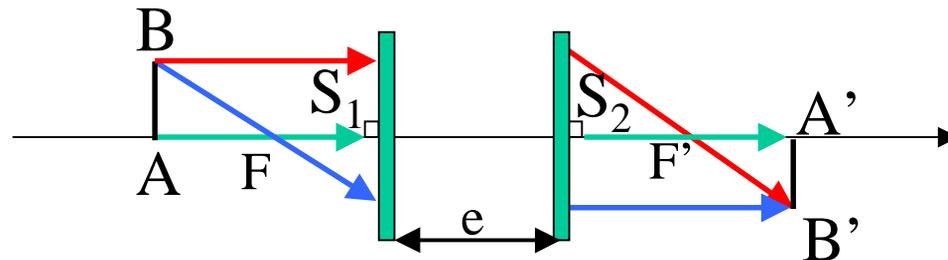
$$\text{d'ou } p_2' = \frac{f_2'(f_1' - e)}{(f_1' - e - f_2)} = \frac{f_2'(e - f_1')}{\Delta} = \overline{S_2 F'} \quad (11) \quad \text{avec } \Delta = (e + f_2 - f_1')$$

$\Delta$  est appelé intervalle optique

$$\Delta = (e + f_2 - f_1')$$

$$\Delta = \overline{S_1 S_2} + \overline{S_2 F_2} - \overline{S_1 F_1'}$$

$$\Delta = \overline{F_1' F_2}$$



**Attention les foyers objet et image n'ont pas même origine.**

# Relation de Newton

Si on pose :

$$p_1 = \overline{S_1 A} = \overline{S_1 F} + \overline{F A} = \frac{f_1(f_2 + e)}{\Delta} + \sigma \quad (12)$$

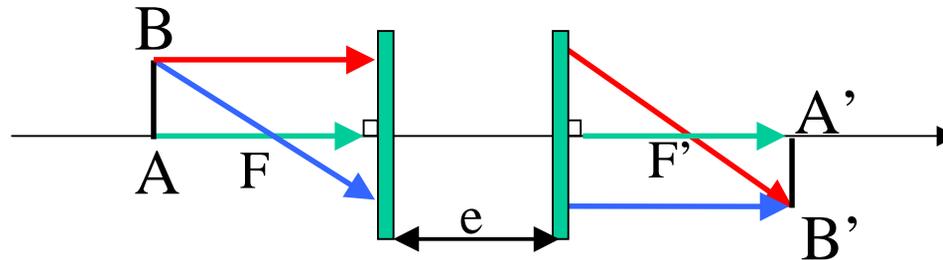
$$p_2' = \overline{S_2 A'} = \overline{S_2 F'} + \overline{F' A'} = \frac{f_2'(e - f_1')}{\Delta} + \sigma' \quad (13)$$

Avec:  $\sigma = \overline{F A}$  et  $\sigma' = \overline{F' A'}$

et que l'on injecte (12) et (13) dans la relation (8) on obtient après simplification :

$$\sigma\sigma' = -\frac{f_1 f_2 f_1' f_2'}{\Delta} \quad (14)$$

L'expression (14) est l'équivalent de la relation de Newton de nos relations de conjugaisons "universelles". Elle nous donne une relation entre les positions de l'objet et de l'image à travers notre doublet avec pour origines respectivement les foyers objet et image du doublet.



# Distance focale du doublet

**Pour le moment on a les foyers objet et image mais pas l'équivalent des distances focales objet  $f$  et image  $f'$ . Pour déterminer  $f$  et  $f'$  nous allons utiliser la relation du grandissement. L'expression "universelle" du grandissement est:**

$$\gamma = -\frac{f}{f'} \frac{p'}{p} = -\frac{\sigma}{\sigma'} = -\frac{f}{f'}$$

**L'expression du grandissement du doublet est égale au produit des grandissements des deux systèmes optiques qui constituent le doublet, soit:**

$$\gamma = \gamma_1 \gamma_2 = \frac{f_1}{f_1'} \frac{p_1'}{p_1} \frac{f_2}{f_2'} \frac{p_2'}{p_2} \quad \text{en utilisant (1) et (4) on a : } \gamma = \gamma_1 \gamma_2 = \frac{f_1}{f_2'} \frac{(p_2' - f_2')}{(p_1 - f_1)} \quad (15)$$

$$\text{En injectant dans (15) les relation (12) et (13) on obtient : } \gamma = \frac{f_1}{f_2'} \frac{\Delta \sigma' - f_2 f_2'}{\Delta \sigma - f_1 f_1'} \quad (16)$$

$$\text{En utilisant (14) dans (16) on a alors : } \left\{ \begin{array}{l} \gamma = -\frac{f_1 f_2}{\Delta \sigma} \\ \gamma = \frac{f_1' f_2'}{\Delta \sigma'} \end{array} \right.$$

Par identification dans la relation du grandissement on en déduit :

$$f = \frac{f_1 f_2}{\Delta} \quad \text{et} \quad f' = -\frac{f_1' f_2'}{\Delta} \quad (17)$$

# Points principaux.

Les distances focales objet  $f$  et image  $f'$  sont donc égales à :

$$f = \frac{f_1 f_2}{\Delta} \quad \text{et} \quad f' = -\frac{f_1' f_2'}{\Delta}$$

La relation de Newton devient alors:  $\sigma\sigma' = ff'$

Cette relation est alors tout à fait semblable à celle des relations de conjugaison "universelle", comme la relation du grandissement du doublet.

Il est important de noter que nous ne pouvons pas matérialiser ces distances focales objet et image car nous ne connaissons pas leur origine. En revanche, si l'on considère deux points conjugués  $H$  et  $H'$  tel que leur grandissement est égal à 1, on a alors:

$$\gamma = -\frac{\sigma}{f'} = -\frac{f}{\sigma'} = 1 \quad \text{d'où : } \overline{HF} = -\sigma = f \quad \text{et} \quad \overline{HF'} = -\sigma' = f'$$

$H$  et  $H'$  sont donc par définition respectivement à une distance focale objet du foyer objet et à une distance image du foyer image. On va donc utiliser ces points  $H$  et  $H'$  comme origines respectives de l'objet et de l'image. Ces points sont appelés **point principaux**.

# Relation de conjugaison du doublet.

Si on utilise les points  $H$  et  $H'$  comme origines respectives de l'objet et de l'image. On a alors:

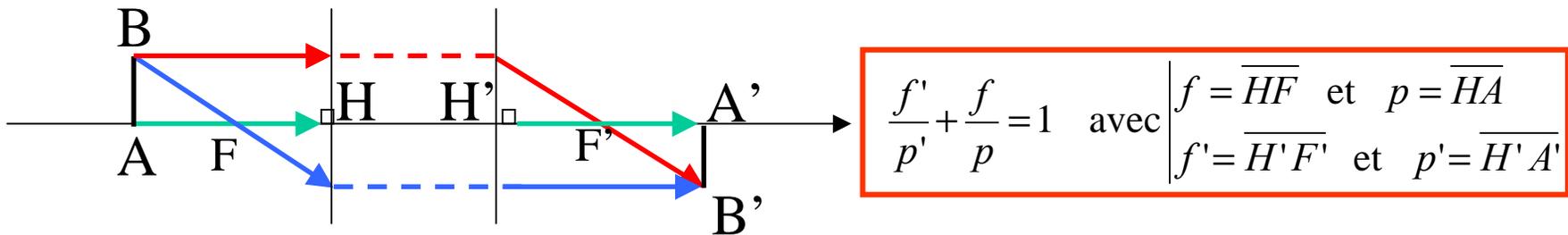
$$\sigma = \overline{FA} = \overline{FH} + \overline{HA} = -f + p \quad \text{et} \quad \sigma' = \overline{F'A'} = \overline{F'H'} + \overline{H'A'} = -f' + p'$$

si on injecte ces expressions dans la relation de Newton on obtient alors:

$$\sigma\sigma' = (-f + p)(-f' + p') = ff' \quad \text{c'est à dire} \quad pf' + p'f = pp'$$

Soit  $\frac{f'}{p'} + \frac{f}{p} = 1$  relation de Descartes

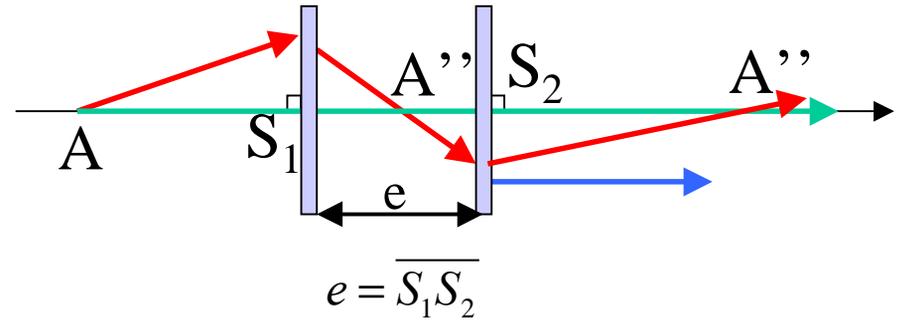
On retrouve une relation de conjugaison simple qui est la relation de Descartes de nos relations de conjugaison "universelle", ce qui justifie l'introduction des points principaux et leur utilisation comme origine respectives de l'objet et de l'image de notre doublet. Le système équivalent au doublet est donc:



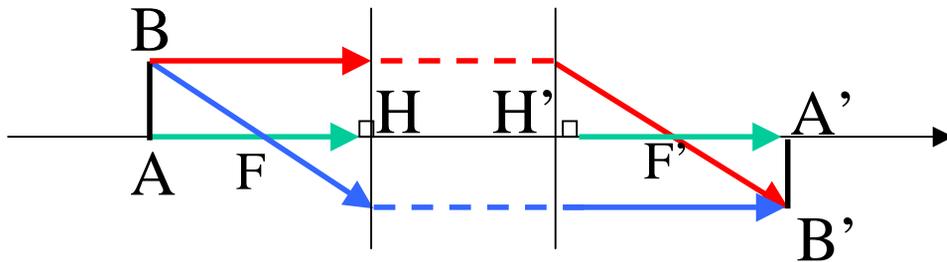
# Systeme optique equivalent au doublet.

**Le doublet est forme 2 systemes optiques quelconques:**

- De sommets  $S_1$  et  $S_2$ .
- De focales images  $f_1'$  et  $f_2'$ .
- De focales objets  $f_1$  et  $f_2$ .
- Separés d'une distance  $e$



**Le systeme optique equivalent est :**



$$\frac{f'}{p'} + \frac{f}{p} = 1 \quad \text{avec} \quad \begin{cases} f = \overline{HF} & \text{et} & p = \overline{HA} \\ f' = \overline{H'F'} & \text{et} & p' = \overline{H'A'} \end{cases}$$

**Le grandissement est :**

$$\gamma = -\frac{f}{f'} \frac{p'}{p} = -\frac{\sigma}{f'} = -\frac{f}{\sigma'} \quad \text{avec} \quad \sigma = \overline{FA} \quad \text{et} \quad \sigma' = \overline{F'A'}$$

**Distance entre les plans principaux:**

$$\overline{HH'} = \overline{HF} + \overline{FS_1} + \overline{S_1S_2} + \overline{S_2F'} + \overline{F'H'}$$

$$\overline{HH'} = \frac{e(f_2' + \Delta - f_1)}{\Delta}$$

**D'après (10), (11) et (17) on a :**

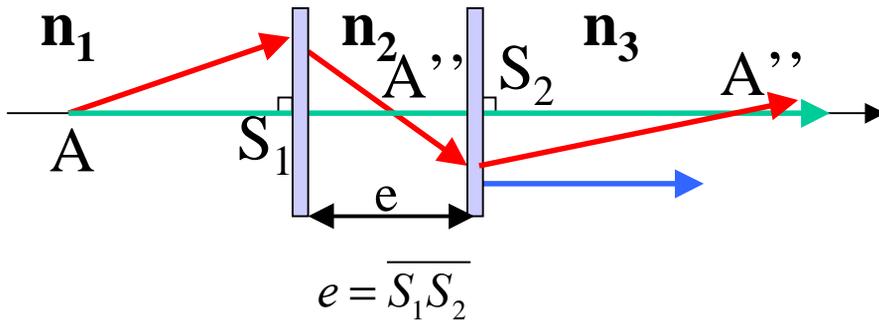
# Convergence du doublet.

Le doublet est:

- Convergent si  $f < 0$  et  $f' > 0$
- Divergent si  $f > 0$  et  $f' < 0$

$$\text{Avec } \begin{cases} f = \frac{f_1 f_2}{\Delta} & \text{et } f' = -\frac{f_1' f_2'}{\Delta} \\ \Delta = (e + f_2 - f_1') \end{cases}$$

Signe de  $f'$  en fonction de  $f_1', f_2'$  et  $\Delta$ :



$f_1'$	$f_2'$	$\Delta$	$F_1' F_2$	$f'$
$< 0$	$> 0$	Si $e <  f_1'  -  f_2 $ alors $\Delta$ positif	$> 0$	$> 0$
$< 0$	$> 0$	Si $e >  f_1'  -  f_2 $ alors $\Delta$ négatif	$< 0$	$< 0$
$< 0$	$< 0$	Positif quelque soit e	$> 0$	$< 0$
$> 0$	$> 0$	Si $e <  f_1'  +  f_2 $ alors $\Delta$ négatif	$< 0$	$> 0$
$> 0$	$> 0$	Si $e >  f_1'  +  f_2 $ alors $\Delta$ positif	$> 0$	$< 0$
$> 0$	$< 0$	Si $e >  f_1'  -  f_2 $ alors $\Delta$ positif	$> 0$	$> 0$
$> 0$	$< 0$	Si $e <  f_1'  -  f_2 $ alors $\Delta$ négatif	$< 0$	$> 0$

Pour la convergence du doublet on peut également raisonner sur la vergence  $V$  du

doublet. Par définition on a:

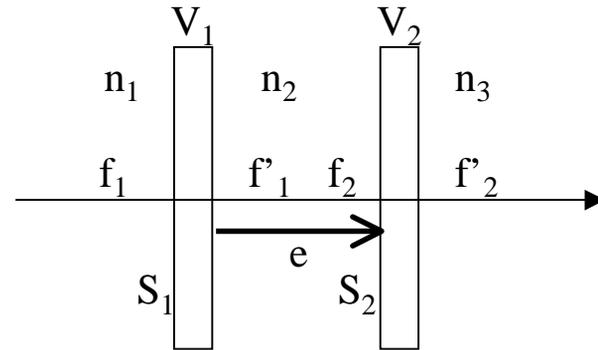
$$V = -\frac{f}{n_1} = \frac{f'}{n_3} \quad \text{ou } n \text{ et } n' \text{ sont respectivement les indices de réfraction du lieu d'entrée et du milieu de sortie du doublet.}$$

# Vergence du doublet.

Le doublet est formé 2 systèmes optiques de vergence  $V_1$  et  $V_2$  tel que:

$$V_1 = -\frac{n_1}{f_1} \quad \text{et} \quad V_1 = \frac{n_2}{f_1'} \quad \text{soit} \quad f_1 = -\frac{n_1}{n_2} f_1'$$

$$V_2 = -\frac{n_2}{f_2} \quad \text{et} \quad V_2 = \frac{n_3}{f_2'} \quad \text{soit} \quad f_2 = -\frac{n_2}{n_3} f_2'$$



Le calcul de  $V$  donne :

$$V = -\frac{n_1}{f} = \frac{n_3}{f'} \quad \text{avec} \quad f' = -\frac{f_1' f_2'}{\Delta} \quad \text{et} \quad f = \frac{f_1 f_2}{\Delta}$$

soit :

$$V = \frac{n_3}{f'} = -\frac{n_3 \Delta}{f_1' f_2'} = -\frac{n_3 e}{f_1' f_2'} - \frac{n_3 f_2}{f_1' f_2'} + \frac{n_3 f_1}{f_1' f_2'}$$

$$V = -\frac{1}{n_2} \frac{n_2 n_3 e}{f_1' f_2'} + \frac{n_3 n_2}{f_1' n_3} + \frac{n_3}{f_2'}$$

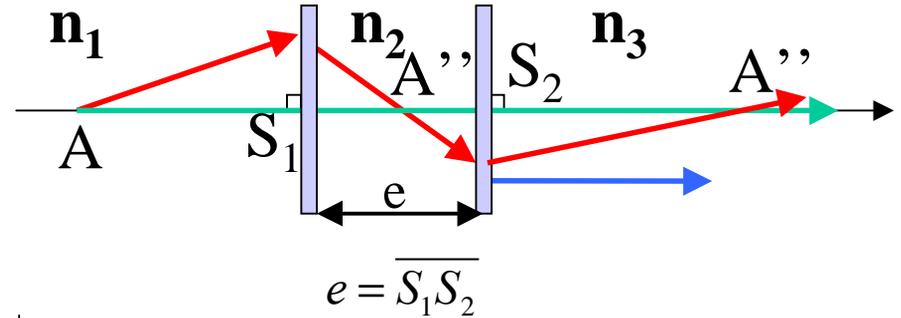
$$\text{d'où :} \quad V = V_1 + V_2 - \frac{e V_1 V_2}{n_2}$$

Cette relation est la relation de Gullstrand:

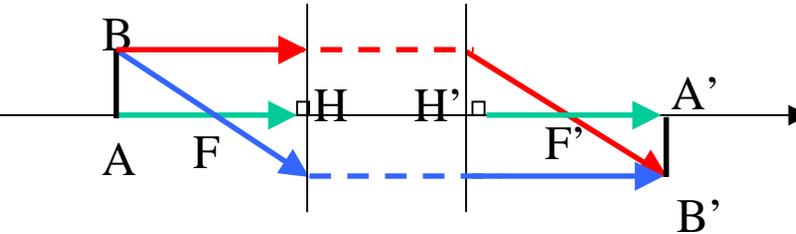
$$V = V_1 + V_2 - \frac{e V_1 V_2}{n_2}$$

# Résumé des associations.

Le système optique équivalent à cette association,



est le système suivant:



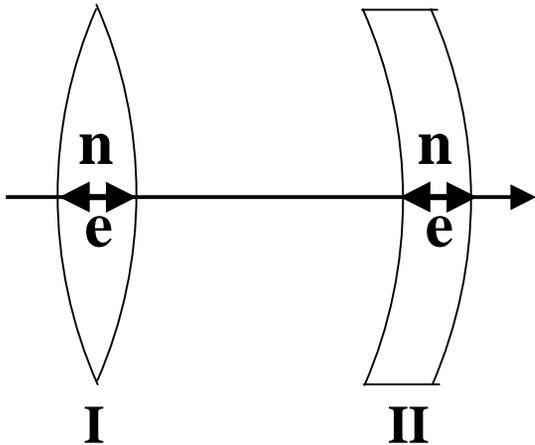
$$\overline{S_1 F} = \frac{f_1 (f_2 + e)}{\Delta} \quad \text{et} \quad \overline{S_2 F'} = \frac{f_2 (e - f_1)}{\Delta} \quad \text{avec} \quad \Delta = (e + f_2 - f_1')$$

$$\frac{n_3}{p'} - \frac{n_1}{p} = V = \frac{n_3}{f'} = -\frac{n_1}{f} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} f = \overline{HF} & \text{et} & p = \overline{HA} \\ f' = \overline{H'F'} & \text{et} & p' = \overline{H'A'} \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} f = \frac{f_1 f_2}{\Delta} & \text{et} & f' = -\frac{f_1' f_2'}{\Delta} \end{cases}$$

$$V = V_1 + V_2 - e \frac{V_1 V_2}{n_2}$$

$$\gamma = -\frac{f}{f'} \frac{p'}{p} = -\frac{\sigma}{\sigma'} = -\frac{f}{\sigma'} \quad \text{avec} \quad \sigma = \overline{FA} \quad \text{et} \quad \sigma' = \overline{F'A'}$$

# Lentilles minces et épaisses.



Soit deux lentilles:

I.  $e = 0,5\text{cm}$ ,  $r_1 = 4\text{cm}$ ,  $r_2 = -2\text{cm}$

$V_1 = 0,125\text{cm}^{-1}$  et  $V_2 = 0,25\text{cm}^{-1}$

II.  $e = 0,5\text{cm}$ ,  $r_1 = -4\text{cm}$ ,  $r_2 = -4\text{cm}$

$V_1 = -0,125\text{cm}^{-1}$  et  $V_2 = 0,167\text{cm}^{-1}$

$n = 1,5$

$$V = V_1 + V_2 - \frac{eV_1V_2}{n}$$

$$V = \frac{1}{f'} = -\frac{1}{f}$$

car  $n_{\text{extrême}} = 1$

- Un lentille est dite mince lorsque l'on peut négliger son épaisseur  $e$ .
- $V_{e \neq 0} \approx V_{e=0}$  ou  $f'_{e \neq 0} \approx f'_{e=0}$

• Ce qui revient à :  $e \ll \left| n \frac{V_1 + V_2}{V_1 V_2} \right| = \Omega$

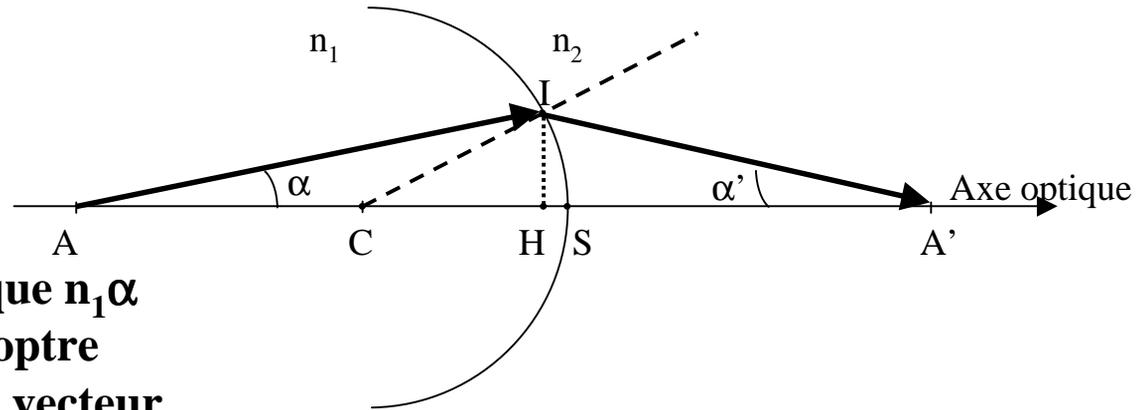
I.  $\Omega = 18$ , donc on peut dire que la lentille I est **mince**. On a:  $f'_{e \neq 0} = 2,74\text{cm}$  et  $f'_{e=0} = 2,66\text{cm}$ , soit une erreur de **2,5%**

II.  $\Omega = 2,95$ , on ne peut pas dire que  $e \ll \Omega$ , on a  $f'_{e \neq 0} = 28,8\text{cm}$  et  $f'_{e=0} = 24\text{cm}$ , soit une erreur de **20%**, on ne peut pas négliger  $e$ . La lentille II est **épaisse**.

$$\Omega = \left| n \frac{(r_2 - r_1)}{(n - 1)} \right| \text{ d'où } e \ll \Omega \text{ équivaut en 1}^{\text{ère}} \text{ approximation à: } e \ll |(r_2 - r_1)|$$

# Formulation Matricielle du dioptre sphérique

Nous allons relier le rayon incident au rayon réfracté par une matrice de transfert. Les rayons sont représentés par un vecteur contenant l'angle optique  $n_1\alpha$  et la distance  $IH$ . A la sortie du dioptre le rayon réfracté est donné par un vecteur contenant l'angle optique  $n_2\alpha'$  et la distance  $IH$ . On a alors:



$$I = \begin{pmatrix} y \\ n_1\alpha \end{pmatrix} \text{ rayon incident avec } y = \overline{IH} \quad \text{et} \quad I = \begin{pmatrix} y' \\ n_2\alpha' \end{pmatrix} \text{ rayon réfracté avec } y' = \overline{IH}$$

Dans l'approximation de Gauss on confond H et S et on peut écrire:  $y = y' = -p\alpha = -p'\alpha'$

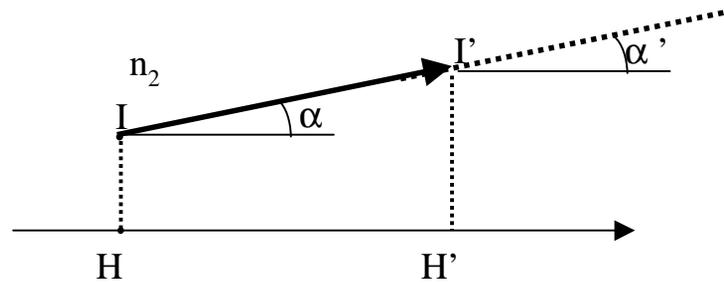
En combinant ces relations avec celles du dioptre sphérique:  $\frac{n_2}{p'} - \frac{n_1}{p} = \frac{n_2 - n_1}{r}$

$$\text{On obtient: } -\frac{\alpha'n_2}{y} + \frac{\alpha n_1}{y} = \frac{n_2 - n_1}{r} \quad \text{d'où: } n_2\alpha' = -\frac{n_2 - n_1}{r}y + n_1\alpha, \quad \text{de plus } y' = y$$

$$\text{On en déduit: } \begin{pmatrix} y' \\ n_2\alpha' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{n_2 - n_1}{r} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y \\ n_1\alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -V & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y \\ n_1\alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{n_2}{f'} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y \\ n_1\alpha \end{pmatrix} \quad \text{Matrice de réfraction}$$

# Matrice de propagation

**Pour une propagation dans dans milieu d 'indice de réfraction  $n$ , on a :**



$$I = \begin{pmatrix} y \\ n\alpha \end{pmatrix} \text{ rayon incident avec } y = \overline{IH} \text{ et } I = \begin{pmatrix} y' \\ n\alpha' \end{pmatrix} \text{ rayon incident avec } y' = \overline{I'H'}$$

Dans l'approximation de Gauss on peut écrire:  $y' = y + \frac{e}{n} n\alpha$  et  $n\alpha' = n\alpha$

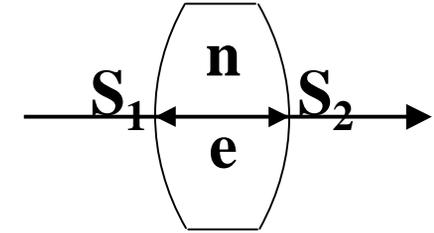
$$\text{On en déduit : } \begin{pmatrix} y' \\ n\alpha' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \frac{e}{n} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y \\ n\alpha \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & \frac{e}{n} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ est la matrice de réfraction}$$

**A partir des matrices de réfraction et de propagation on peut déterminer la focale image et objet de toute association constitué de dioptre par simple produit de matrice. A l 'issu du produit de matrice on obtient une matrice ABCD**

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \quad C = -V \text{ où } V \text{ est la vergence du système optique décrit par cette matrice.}$$

# Exemple d'association: lentille.

Prenons le cas d'une lentille d'épaisseur  $e$ :



• Dioptré  $S_1$  a un rayon de courbure  $r_1$

il est décrit par la matrice:  $S_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{n}{r_1} & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -n/f_1' & 1 \end{pmatrix}$

• Dioptré  $S_2$  a un rayon de courbure  $r_2$

il est décrit par la matrice:  $S_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1-n}{r_2} & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f_2' & 1 \end{pmatrix}$

Cette lentille est donc décrite par la matrice  $S = S_2 P S_1$  avec  $P = \begin{pmatrix} 1 & e \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

$$S = \begin{pmatrix} 1 - \frac{e}{f_1'} & \frac{e}{n} \\ -\frac{n}{f_1'} - \frac{1}{f_2'} + \frac{e}{f_1' f_2'} & -\frac{e}{n f_2'} + 1 \end{pmatrix}$$

Le terme C de la matrice est égale à  $-V$

$V$  étant la vergence de l'association des 2 dioptrés

La vergence de la lentille est donc:  $V = \frac{n}{f_1'} + \frac{1}{f_2'} - \frac{e}{f_1' f_2'} = V_1 + V_2 - \frac{e}{n} V_1 V_2 \Rightarrow$  Gullstrand.

# Signification et utilisation de ABCD.

Soit un système optique centré constitué de  $N$  éléments optiques:

- Premier élément en  $S_1$
- Dernier élément en  $S_2$

Ce système est caractérisé par sa matrice  $S$

$$S = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \quad \text{avec} \quad \begin{pmatrix} y' \\ n_1 \alpha' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y \\ n_2 \alpha \end{pmatrix}$$

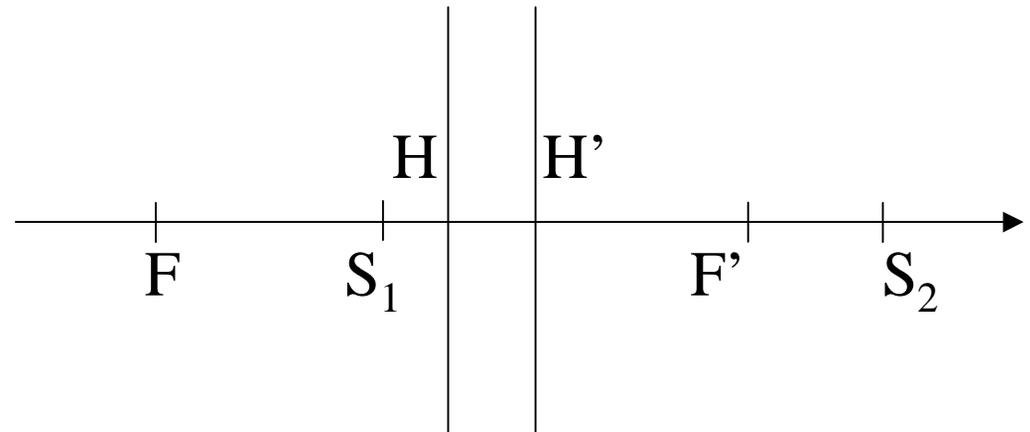
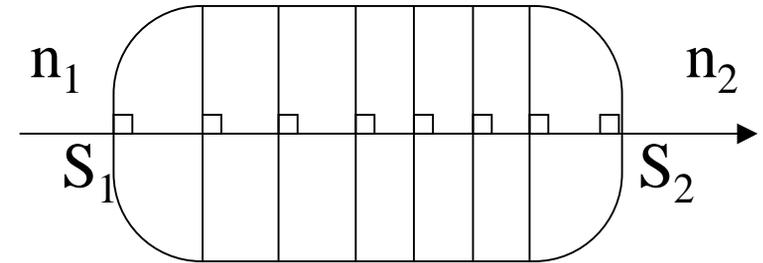
$$C = -V$$

$$f = -\frac{n_1}{V} = \frac{n_1}{C} = \overline{HF}$$

$$f' = \frac{n_2}{V} = -\frac{n_2}{C} = \overline{H'F'}$$

$$\overline{S_1 H} = \frac{D-1}{C}$$

$$\overline{S_2 H'} = \frac{1-A}{C}$$

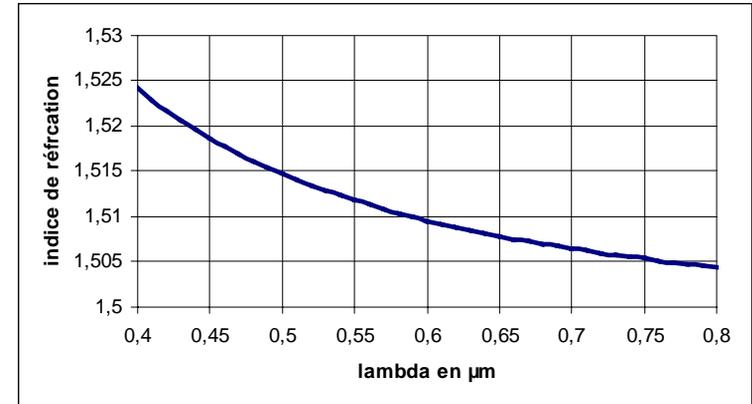


# Aberrations chromatiques: causes

La focale d'une lentille dépend de la longueur d'onde:

$n(\text{verre})=1.5$

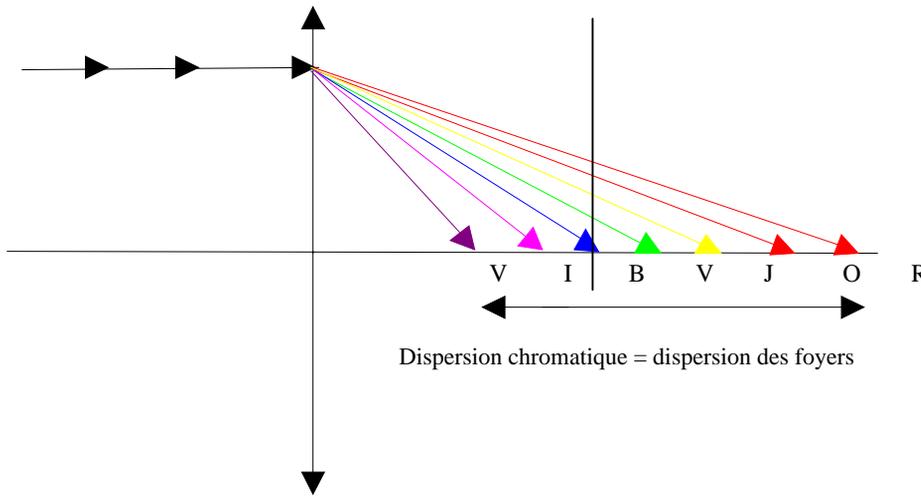
- L'indice de réfraction dépend de  $\lambda$ .
- Vergence dépend de  $\lambda$ .
- Quand  $n(\lambda)$  augmente  $|V|$  augmente.
- Quand  $\lambda$  diminue  $|V|$  augmente.
- $|f'|$  plus petite pour le bleu que pour le rouge ( $\lambda_b < \lambda_r$ ).



$$\frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = V$$

$$\frac{1}{f'} = (1 - n) \left( \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right) = V$$

# Aberrations chromatiques: conséquences



## Aberration longitudinale.

- Dispersion des foyers.

## Aberration latérale.

- Anneaux concentriques de différentes couleurs.

**On observe une image irisée, formée de plusieurs couleurs.**

**Les aberrations chromatiques sont bien connues et bien corrigées.**

**En principe, elles ne sont plus présentes dans les systèmes optiques (appareils photographiques).**

### Correction:

- Lentille convergente + lentille divergente.
- Les verres (dispersion), les rayons de courbure, les focales et la distance entre les deux lentilles doivent être bien choisis.

# Aberrations chromatiques: correction.

## Définition du pouvoir dispersif des verres:

On a :  $\frac{1}{f'} = (1-n) \left( \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right) = V$  la dérivée logarithmique donne :  $-\frac{df'}{f'} = \frac{dV}{V} = -\frac{dn}{(1-n)}$



On pose :  $K = \frac{(n_F - n_C)}{(n_D - 1)} = \frac{1}{A}$   $\lambda_F = 486.1\text{nm}, \lambda_D = 587.56\text{nm}, \lambda_C = 656.3\text{nm}$

K = pouvoir dispersif et A est appelé constringence.

A > 0. Si A < 40 alors la dispersion est élevée et si A > 45 alors la dispersion est faible.

## Association de deux lentilles L<sub>1</sub> et L<sub>2</sub> de focale f<sub>1</sub> et f<sub>2</sub>:

On a d'après Gullstrand pour un doublet de lentille :  $\frac{1}{f'} = \frac{1}{f'_2} + \frac{1}{f'_1} - \frac{e}{f'_2 f'_1}$

la dérivée donne :  $-\frac{df'}{f'^2} = -\frac{df'_1}{f_1'^2} - \frac{df'_2}{f_2'^2} + \frac{e(f'_1 df'_2 + f'_2 df'_1)}{f_1'^2 f_2'^2}$

e est la distance entre les deux lentilles L<sub>1</sub> et L<sub>2</sub>.  $e = \overline{O_1 O_2}$  où O<sub>1</sub> et O<sub>2</sub> sont respectivement les centres de L<sub>1</sub> et L<sub>2</sub>

On a :  $-\frac{df'}{f'^2} = \frac{1}{A_1 f'_1} + \frac{1}{A_2 f'_2} - \frac{e}{f'_1 f'_2} \left( \frac{1}{A_1} + \frac{1}{A_2} \right)$

Où A<sub>1</sub> est la constringence du verre de L<sub>1</sub> et A<sub>2</sub> est la constringence du verre de L<sub>2</sub>.

# Aberrations chromatiques: correction.

**Condition d'achromatisme:  $df'=0$**

$$\frac{1}{A_1 f'_1} + \frac{1}{A_2 f'_2} = \frac{e}{f'_1 f'_2} \left( \frac{1}{A_1} + \frac{1}{A_2} \right) \text{ soit } e = \frac{A_1 f'_1 + A_2 f'_2}{A_1 + A_2}$$

**Cas de deux lentilles accolées:  $e=0$**

$A_1 f'_1 + A_2 f'_2 = 0$  or  $A_1$  et  $A_2 > 0$  donc  $f'_1$  et  $f'_2$  sont de signe opposé.

Association d'une lentille convergente et d'une lentille divergente.

**Cas de deux lentilles taillées dans le même matériau:**

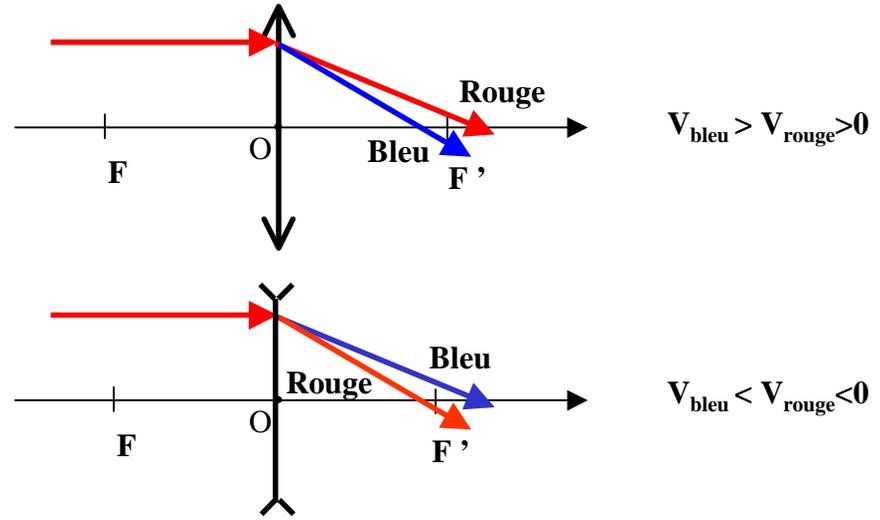
$A_1$  et  $A_2$  sont alors égaux d'où  $e = \frac{f'_1 + f'_2}{2}$

# Cas de deux lentilles accolées

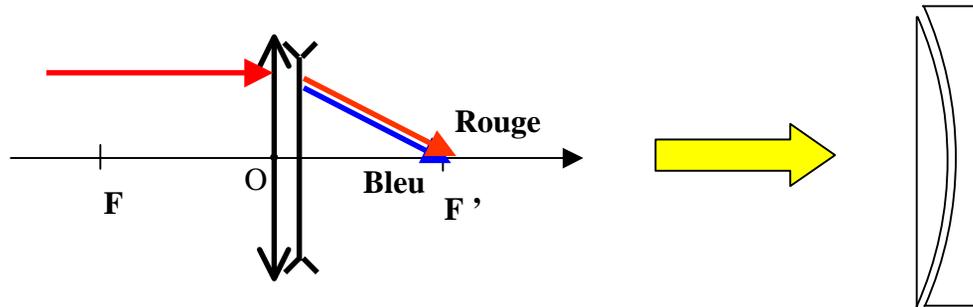
Soient 2 rayons lumineux:

- 1 rouge.
- 1 bleu.
- $n(\lambda_b) > n(\lambda_r)$

$$V = (1 - n) \left( \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right)$$



Lorsque l'on associe une lentille convergente et une lentille divergente on compense le chromatisme.

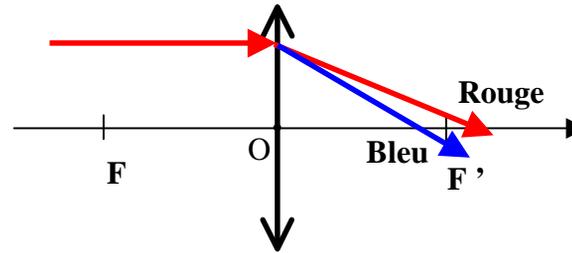


# Cas de deux lentilles taillées dans le même matériau:

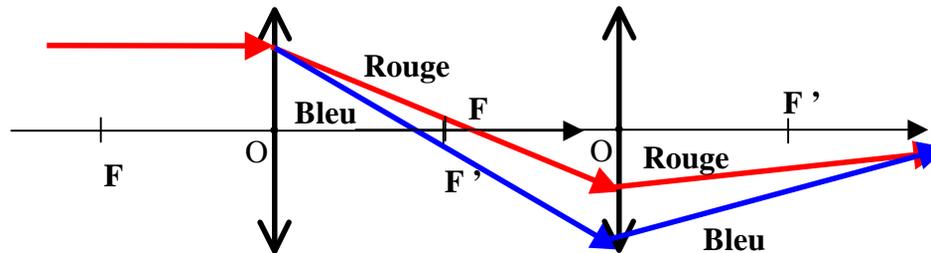
Soient 2 rayons lumineux:

- 1 rouge.
- 1 bleu.
- $n(\lambda_b) > n(\lambda_r)$

•  $v = (1 - n) \left( \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right)$  et  $e = \frac{f'_1 + f'_2}{2}$  système afocal



$$V_{\text{bleu}} > V_{\text{rouge}} > 0$$



Compensation: les rayons les plus écartés vont subir une convergence plus importante.

# Aberrations géométriques.

## On n'est plus dans les conditions de Gauss.

- Les rayons lumineux sont très inclinés par rapport à l'axe optique.
- Les rayons lumineux sont très écartés de l'axe optique.
- Ces rayons n'obéissent pas à la loi de Kepler.
- Relations de conjugaison des lentilles ne peuvent pas être appliquées à ces rayons lumineux.
- Un point objet ne donne plus un point image unique à travers le système optique.
- Les images sont alors déformées.

## Aberrations:

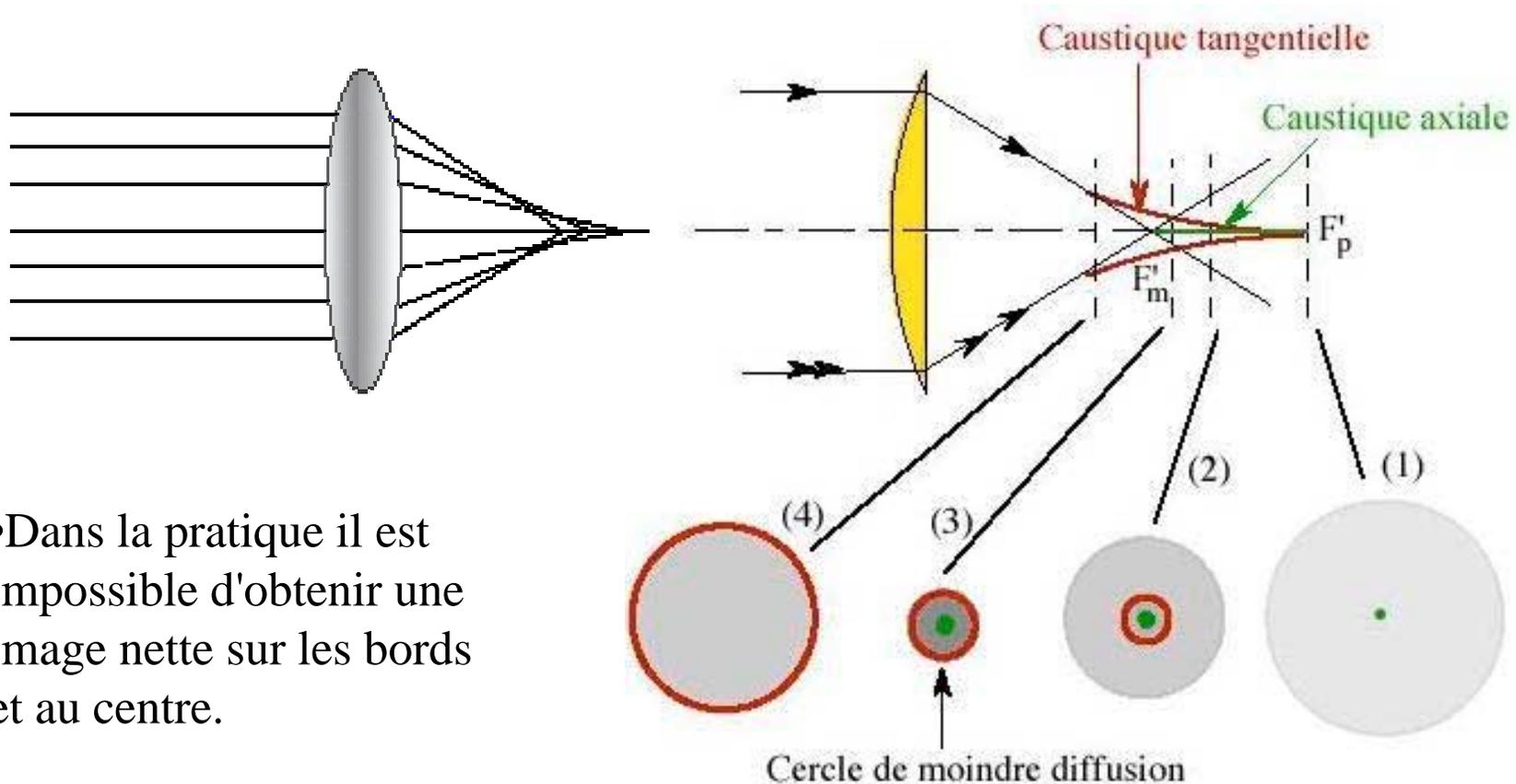
- Aberrations sphériques.
- Aberrations de coma.
- Astigmatisme.
- Distorsion.



# Aberrations sphériques.

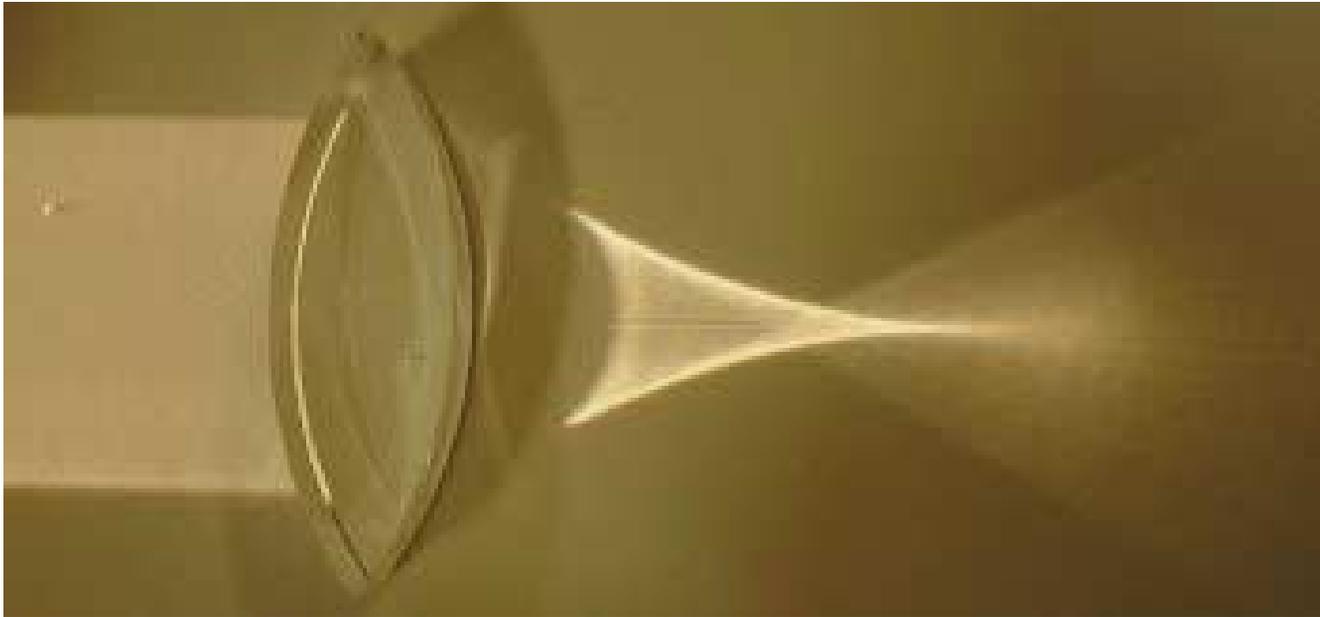
## Faisceaux larges :

- Rayons lumineux sont écartés de l'axe optique.
- Lentille est plus convergente sur ses bords qu'en son milieu.



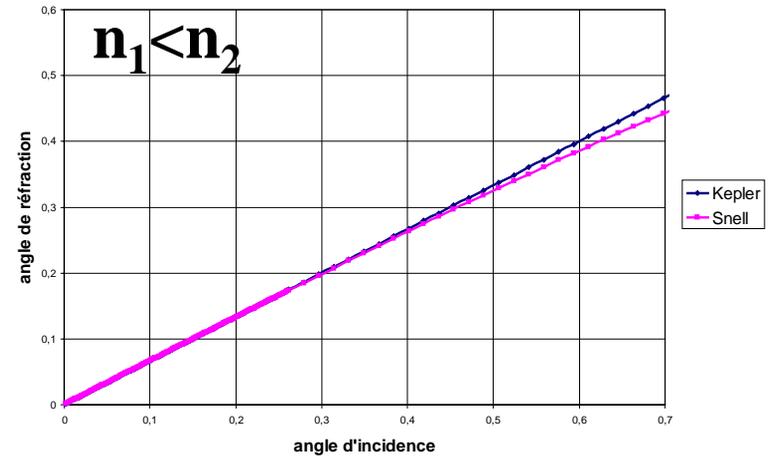
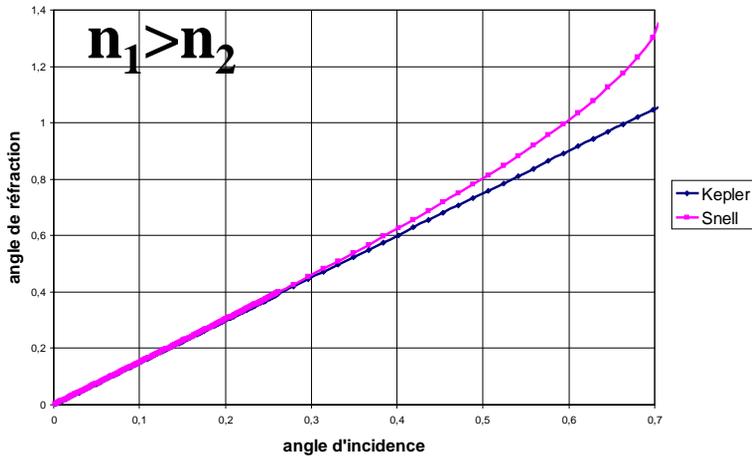
- Dans la pratique il est impossible d'obtenir une image nette sur les bords et au centre.

# Exemple de caustique.



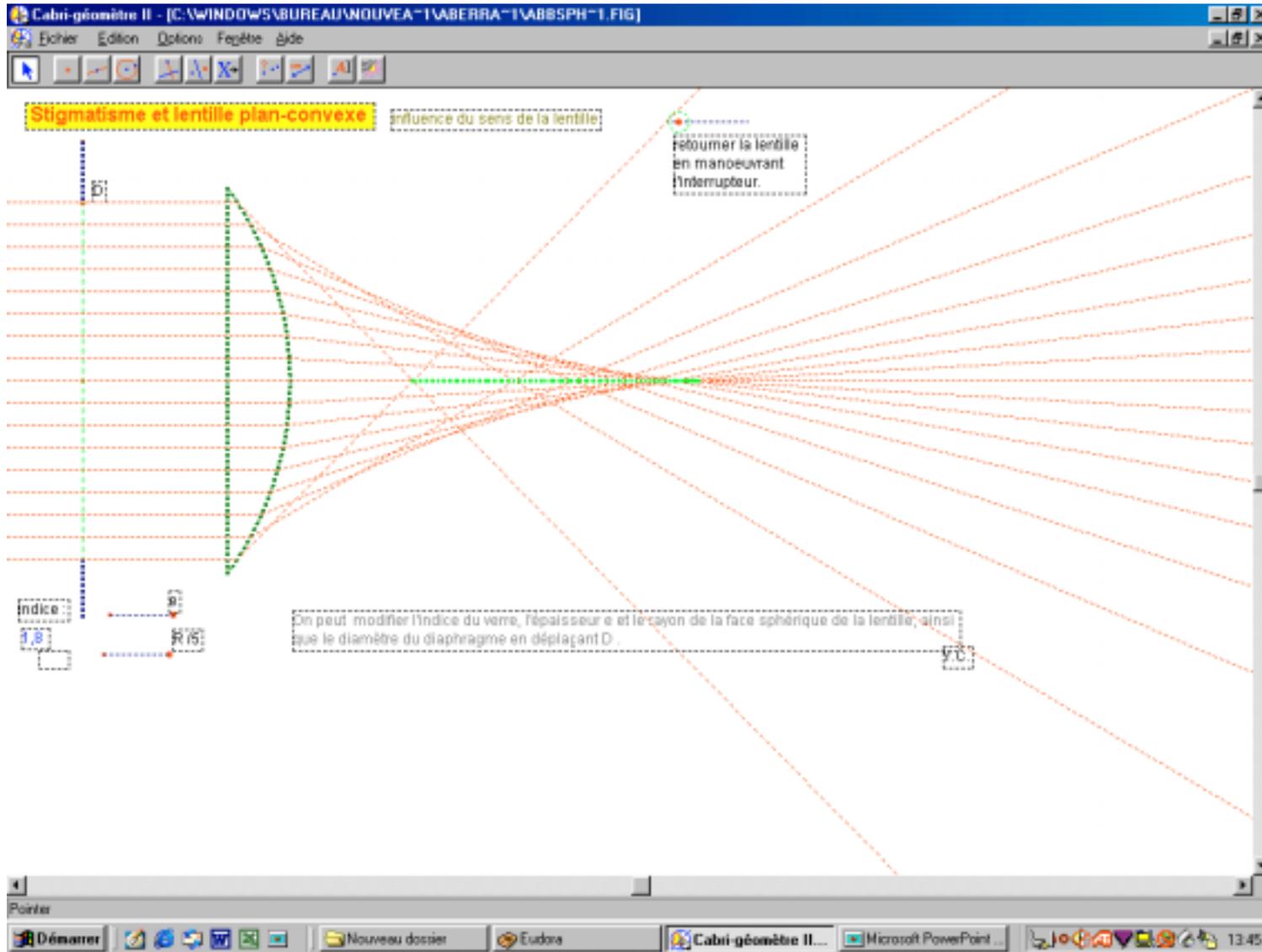
# Aberrations sphériques: applications

Soit une lentille convergente constituée d'un dioptre sphérique et d'un dioptre plan:



Snell:  $i_2 = \arcsin[n_2/n_1 \cdot \sin(i_1)]$  et Kepler:  $i_2 = (n_1/n_2) \cdot i_1$

# Limitation des aberration sphérique.



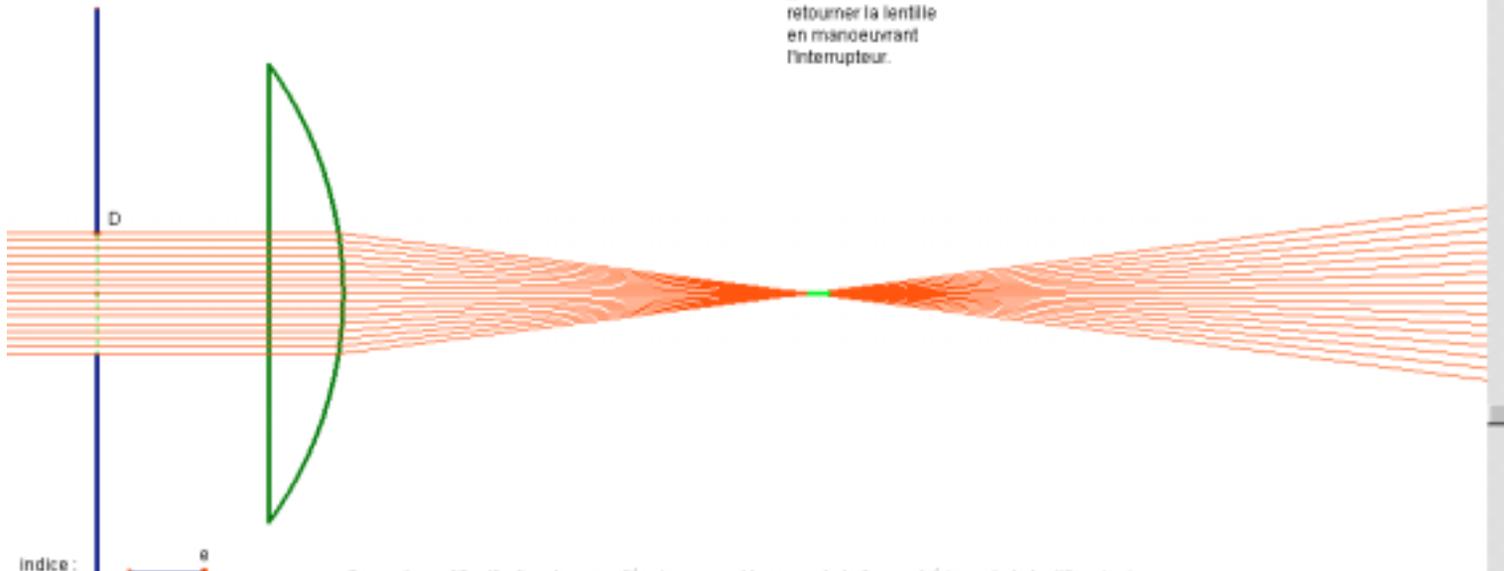
# Limitation des aberration sphérique.

Cabri-géomètre II - [C:\WINDOWS\BUREAU\NOUVEAU~1\ABERRA~1\ABBSPH~1.FIG]

Fichier Édition Options Fenêtre Aide

**Stigmatisme et lentille plan-convexe** influence du sens de la lentille

retourner la lentille en manoeuvrant l'interrupteur.



indice :  $n$   
1,8  $R$  (5)

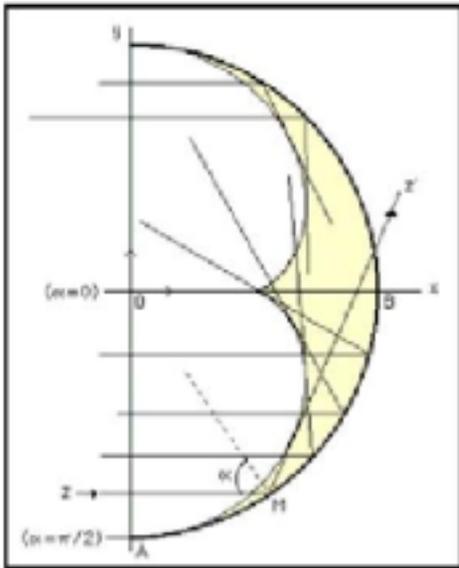
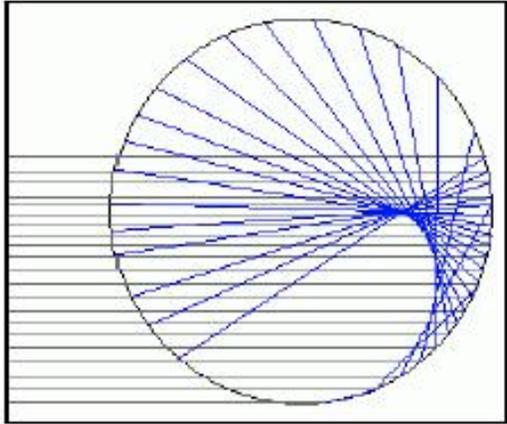
On peut modifier l'indice du verre, l'épaisseur  $e$  et le rayon de la face sphérique de la lentille, ainsi que le diamètre du diaphragme en déplaçant D.

Y.C.

Pointeur

Démarrer Nouveau dossier Eudora Cabri-géomètre II... Microsoft PowerPoint ... 13:51

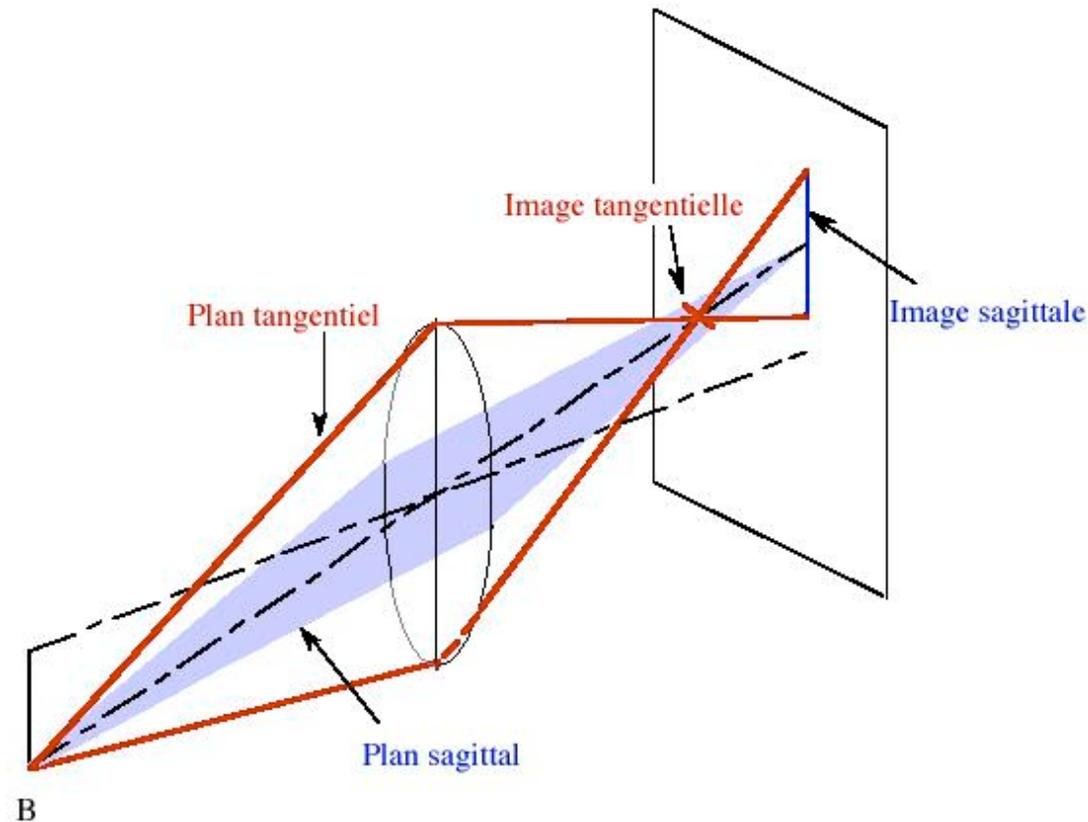
# Exemple de caustiques.



# Astigmatisme.

## L'Astigmatisme :

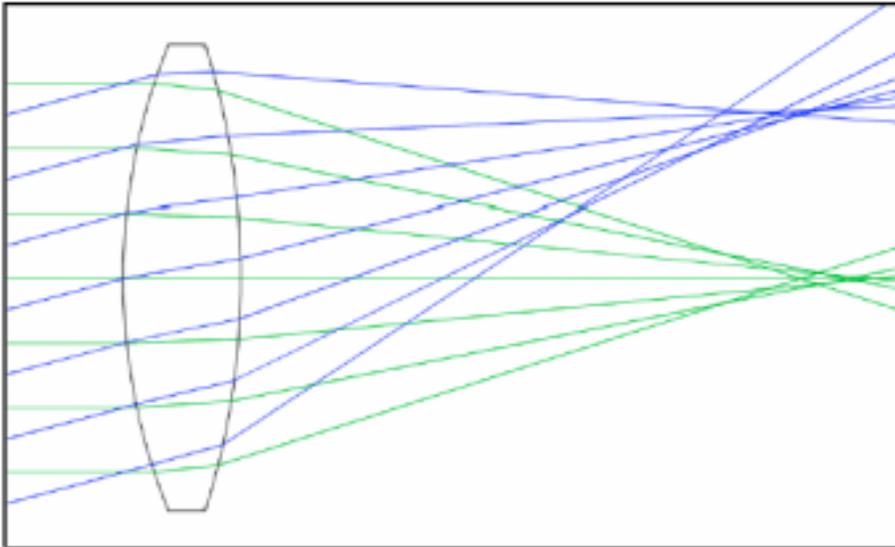
- Les dioptries qui forment la lentille ne sont pas sphériques mais ellipsoïdaux.
- Les lignes verticales et les lignes horizontales se forment sur des plans différents au lieu d'être confondus sur le même plan.



# Coma.

## La Coma:

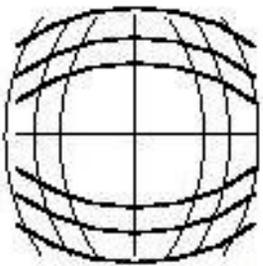
- Un faisceau large de rayons parallèles inclinés par rapport à l'axe optique.
- La lentille est plus convergente sur ses bords qu'en son milieu.
- Le faisceau n'est plus symétrique comme pour l'aberration sphérique mais devient une traînée lumineuse allongée.



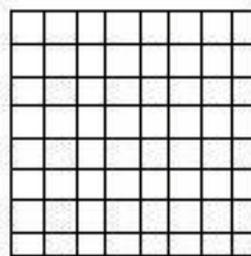
# Distorsion.

**On observe une déformation de l'image :**

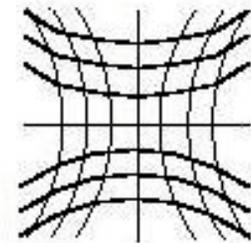
- Un carré apparaît sous la forme d'un barillet (a).
- Un carré apparaît sous la forme d'un coussinet (b).



Barillet (a)

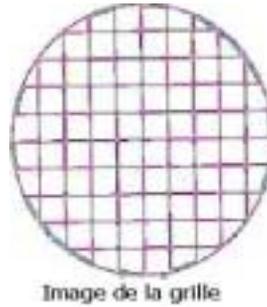
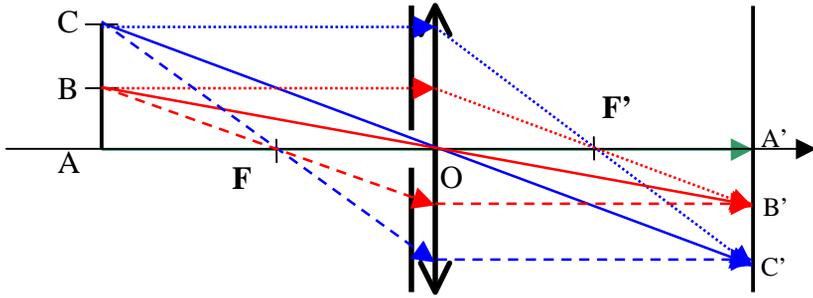


Objet

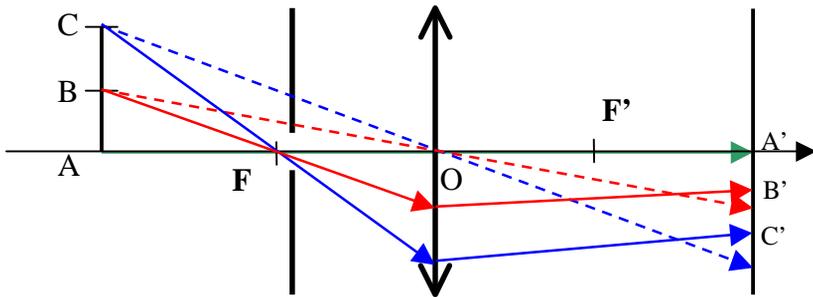


Coussinet (b)

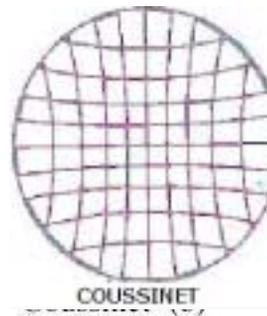
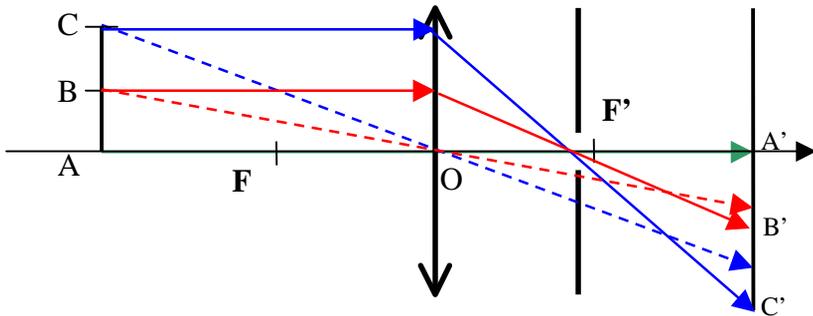
# Distorsion: dessins.



- Conditions de Gauss.
- Tous les rayons passent dans la même région.

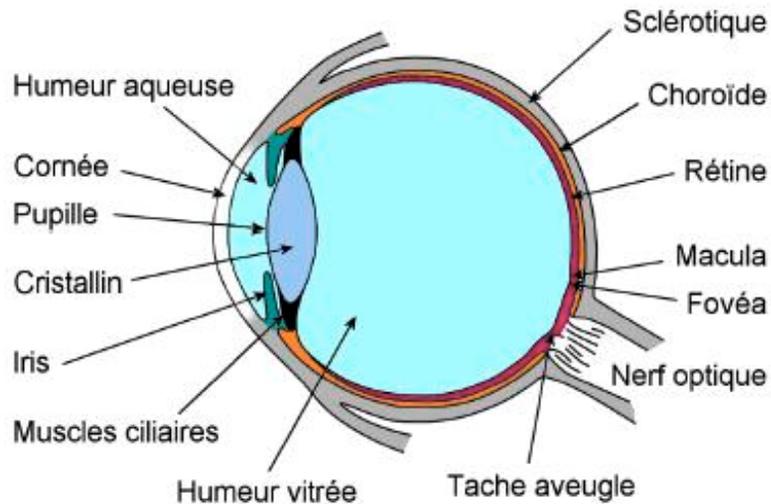


- Rayons inclinés.
- Lentille plus convergente au bord qu'au centre.



- Rayons écartés.
- Lentille plus convergente au bord qu'au centre.

# Œil: description.



**Œil: 7 cm<sup>3</sup>.**

**Œil: 12mm de rayon.**

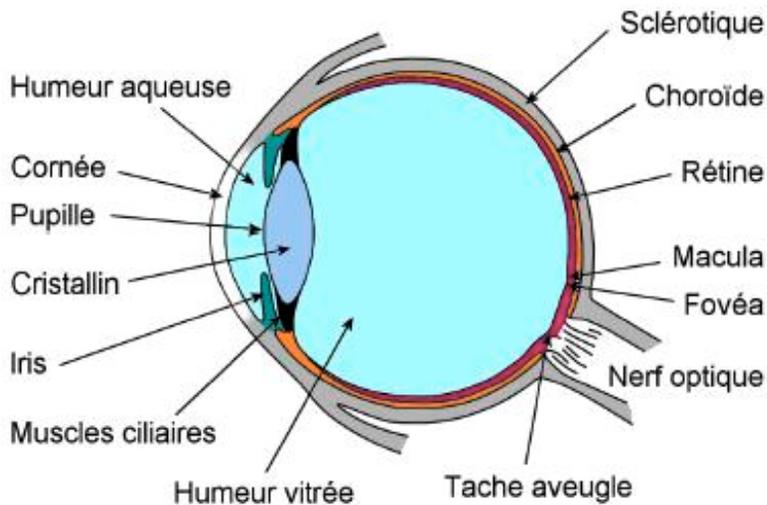
**Cornée:  $r \approx 8\text{mm}$**

**Iris: 2 à 8mm de rayon.**

## Conditions de Gauss

- **Cornée:** Membrane transparente directement en contact avec l'extérieur.
- **Humeur aqueuse:** Liquide transparent, il maintient la pression et la forme du globe oculaire. Son indice de réfraction est de **1.33**.
- **Iris:** Diaphragme qui permet de contrôler la quantité de lumière qui pénètre dans l'œil. Son pigment détermine la couleur de l'œil.
- **Pupille:** Orifice central de l'iris se comportant comme un diaphragme. Son diamètre varie en fonction de la luminosité.

# Œil: description.



**Cristallin: 4mm d'épais.**

**Cristallin:  $r_1 \approx 10\text{mm}$ .**

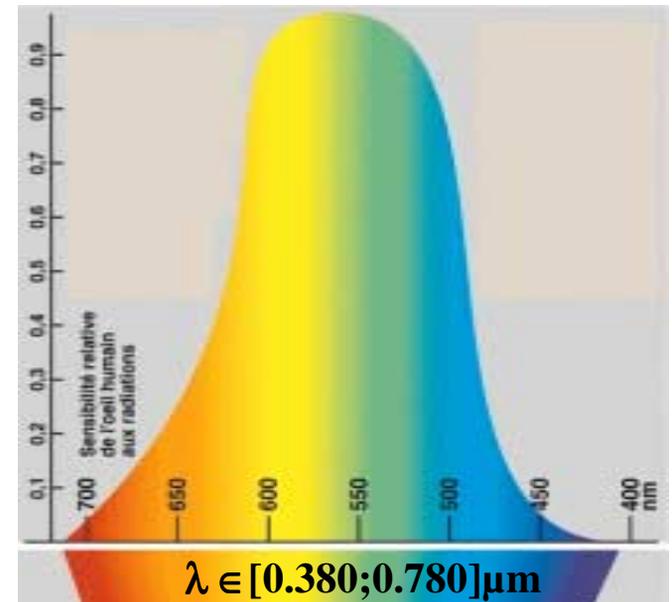
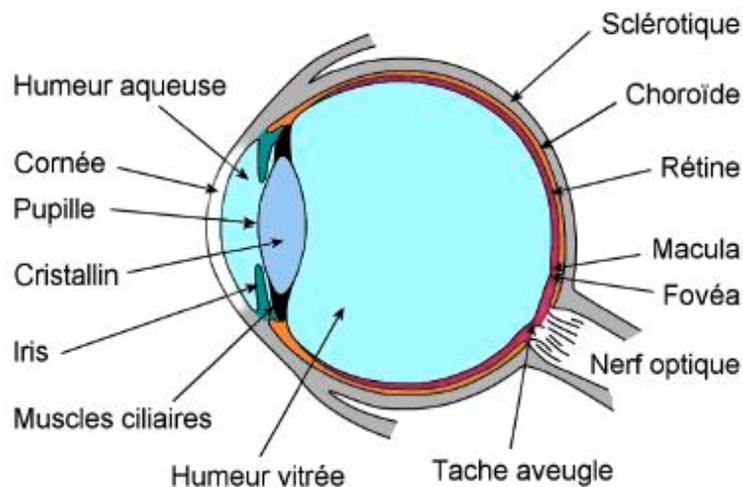
**Cristallin:  $r_2 \approx -6\text{mm}$ .**

- **Cristallin:** Lentille effectuant la mise au point pour obtenir la netteté à toute distance. Son indice de réfraction est de **1.42**.
- **Humeur vitrée:** Liquide gélatineux qui donne à l'œil sa forme et sa consistance. Son indice de réfraction est de **1.33**.
- **Rétine:** Partie sensible de l'œil sur laquelle est détectée l'information lumineuse.
- **Nerf optique:** Il est constitué d'environ un million de fibres et a pour rôle de transmettre l'image rétinienne au cerveau.

# Œil: fonctionnement.

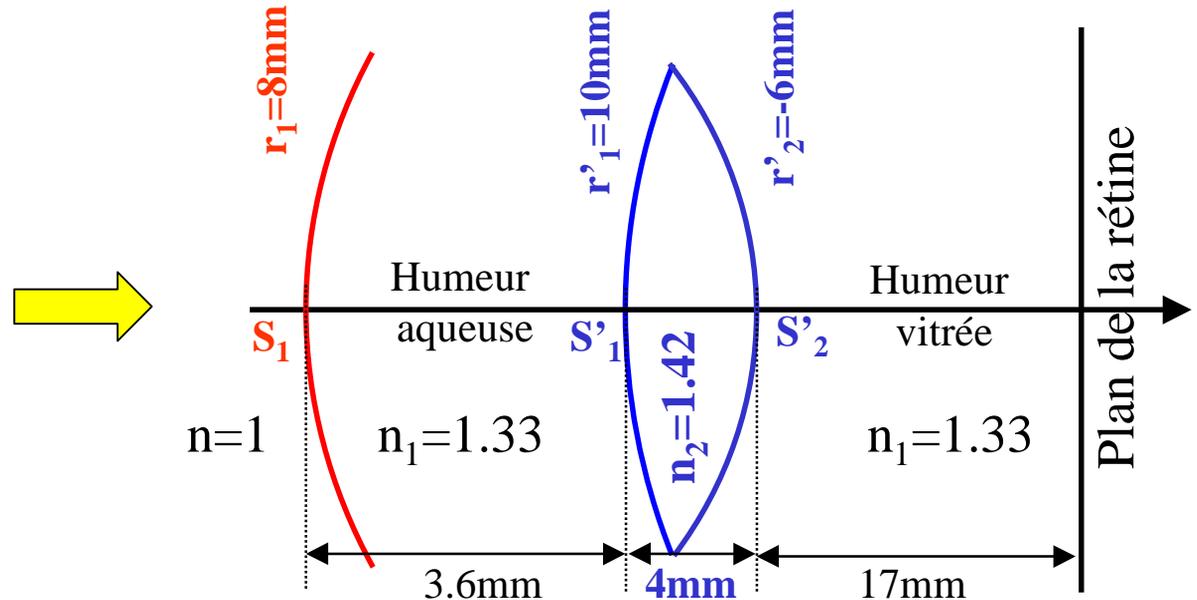
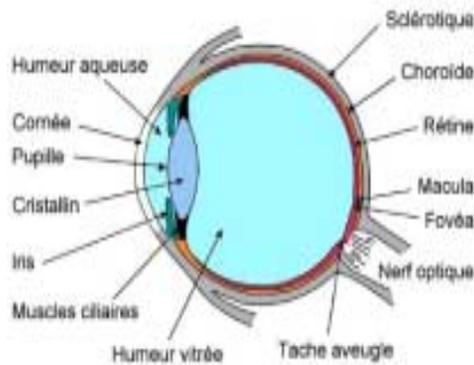
La lumière entre par la cornée, traverse l'humeur aqueuse puis la pupille. Là, le cristallin la fait converger sur la rétine, qui est constitué de 7 millions de cônes (vision diurne) et de 120 millions de bâtonnets (vision nocturne). Temps de réponse est de **0.25 seconde**.

On observe un décalage du spectre de sensibilité vers les basses longueurs d'onde la nuit (seul les bâtonnets fonctionnent).



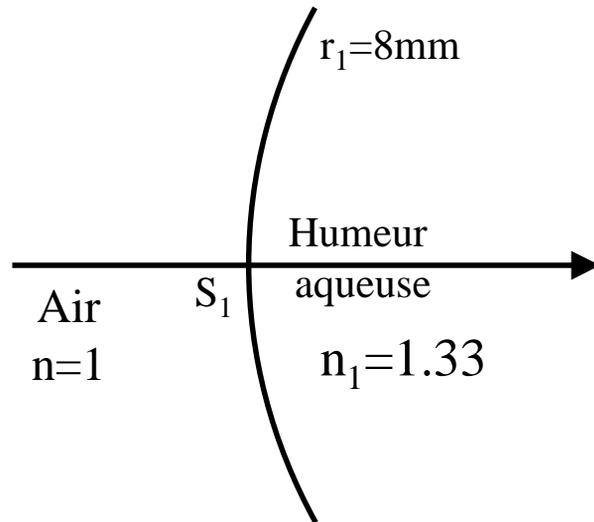
# Œil: schéma optique.

L'œil peut être assimilé à un système optique constitué d'un dioptre sphérique (la cornée) et d'une lentille mince (le cristallin). Il est alors constitué de 3 dioptries. Le schéma optique équivalent est le suivant:



# Cornée: dioptre sphérique équivalent.

La cornée peut être assimilée au dioptre sphérique suivant:



$$\frac{n_1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{n_1 - 1}{r_1} = V_1 = 41,25\delta$$

$$\text{ou } p = \overline{S_1A}, p' = \overline{S_1A'}, r_1 = \overline{S_1C} = -R$$

Le dioptre sphérique associé à la cornée est caractérisé par les focales objet et image suivantes :

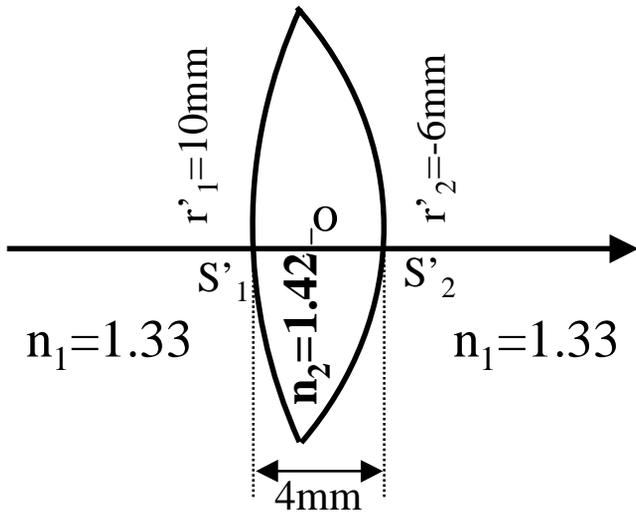
$$\text{La distance focale objet est : } f_1 = -\frac{1}{V_1} = -\frac{r_1}{n_1 - 1} = -24.24\text{mm}$$

$$\text{La distance focale image est : } f_1' = \frac{n_1}{V_1} = \frac{n_1 r_1}{n_1 - 1} = 32.24\text{mm}$$

**Dioptre convergent**

# Cristallin: lentille mince équivalente.

Le cristallin peut être assimilé à la lentille mince suivante:



Pour le dioptre 1:  $V_1' = \frac{n_2 - n_1}{S'_1 C'_1} = 9\delta > 0$

Pour le dioptre 2:  $V_2' = \frac{n_1 - n_2}{S'_2 C'_2} = 15\delta > 0$

Pour l'association:  $V = V_1' + V_2' - \overline{S'_1 S'_2} \frac{V_1' V_2'}{n_2} = 23,62\delta$

$V > 0 \Rightarrow$  système convergent

On remarque que:  $\overline{S'_1 S'_2} \frac{V_1' V_2'}{n_2} \ll V_1' + V_2'$

On peut dire:  $S'_1, S'_2$  et  $O$  confondus  $\Rightarrow$  Lentille mince

La lentille mince convergente équivalente a les distances focales suivantes:

La distance focale image est:  $f_2' = \frac{n_1}{V_2} = 56.3\text{mm}$

La distance focale objet est:  $f_2 = -f_2'$  car les milieux extrêmes identiques

# Œil: Système optique équivalent.

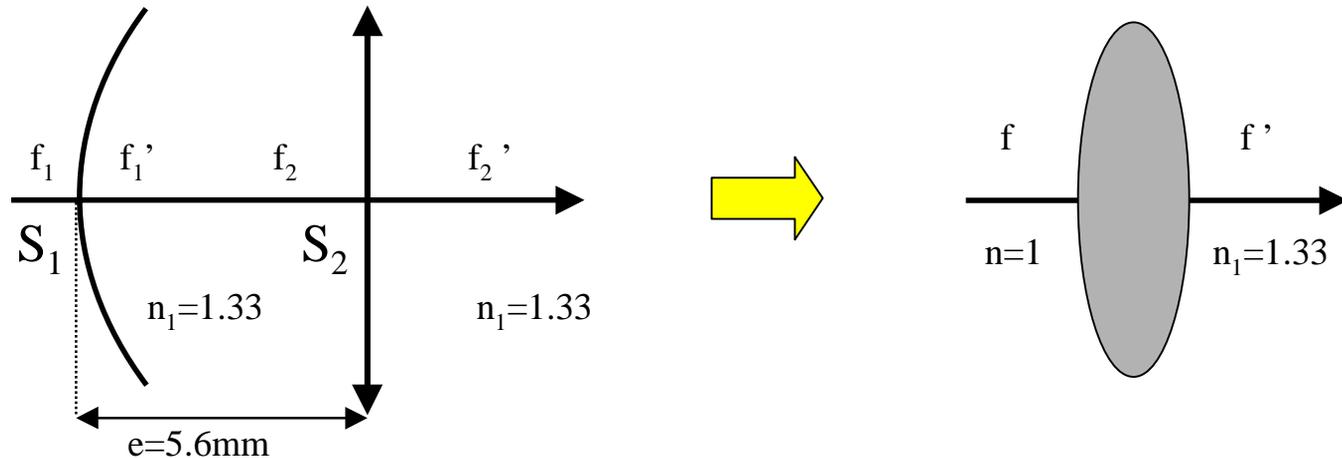
L'association de deux systèmes optiques de vergence  $V_1$  et  $V_2$  peut être assimilée à un nouveau système optique de vergence.

Dioptre d'entrée :

$$V_1 = 41.25\delta$$

Lentille :

$$V_2 = 23.62\delta$$



La nouvelle vergence est donnée par la formule de Gullstrand:

Système équivalent S de vergence V

$$V = V_1 + V_2 - e \frac{V_1 V_2}{n_2}$$

$$\text{soit : } V = 64.87 - 4.1 = 60.77\delta \approx 60\delta$$

$$f' = \frac{n_1}{V} = 21.88\text{mm} \quad \text{et} \quad f = -\frac{1}{V} = -16.45\text{mm}$$

# Position des plans principaux.

Nous connaissons les focales  $f$  et  $f'$  mais pas leurs origines, nous devons déterminer les points principaux  $H$  et  $H'$ . On a:

$$\begin{cases} f = \overline{HF} = -16,45\text{mm} \\ f' = \overline{H'F'} = 21,88\text{mm} \end{cases}$$

et

$$\overline{S_1F} = \frac{f_1 (f_2 + e)}{\Delta}$$

$$\overline{S_2F'} = \frac{f_2' (e - f_1')}{\Delta}$$

$$\Delta = (e + f_2 - f_1')$$

$$\Delta = -82,74\text{mm}$$

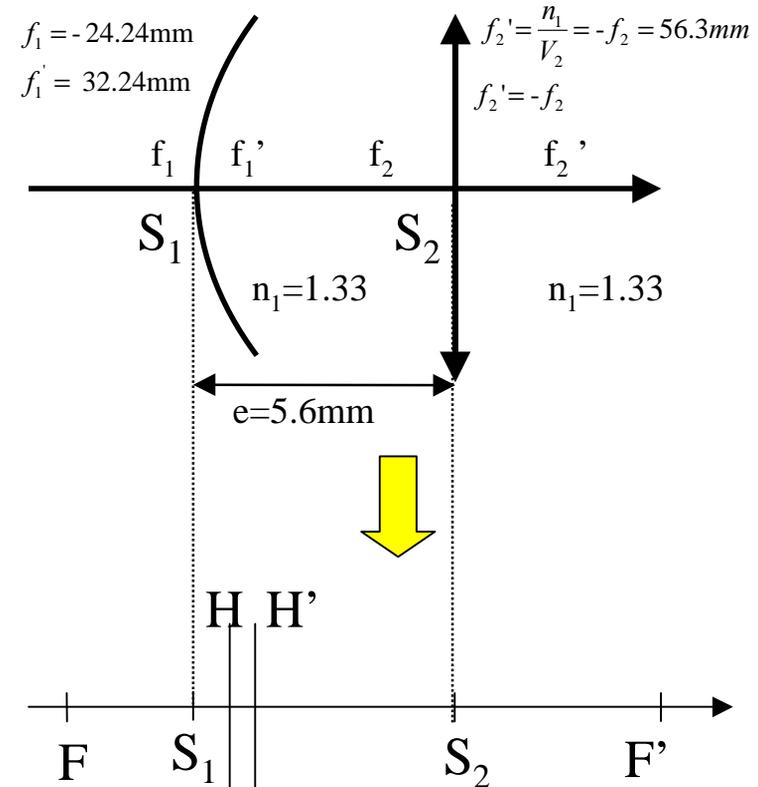
$$\overline{S_1F} = -14,85\text{mm} \quad \text{et} \quad \overline{S_2F'} = 18,12\text{mm}$$

$$\overline{S_1H} = \overline{S_1F} - \overline{HF} = 1,59\text{mm}$$

$$\overline{S_2H'} = \overline{S_2F'} - \overline{H'F'} = -3,76\text{mm}$$

$$\overline{HH'} = -\overline{S_1H} + \overline{S_1S_2} + \overline{S_2H'} = 0,25\text{mm}$$

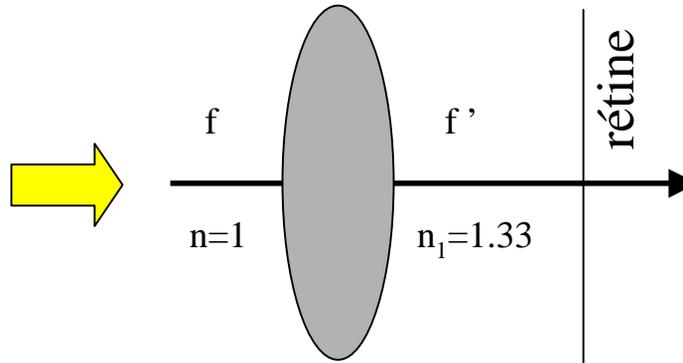
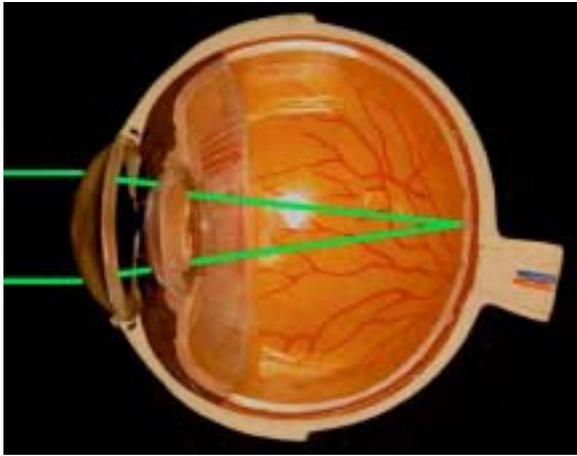
$$\overline{S_1F'} = \overline{S_1H} + \overline{HH'} + \overline{H'F'} = 24\text{mm}$$



**Une image à l'infini se forme à 24mm de l'entrée de l'œil ( $S_1$ ) c'est à dire sur la rétine.**

# Œil Emmétrope.

L'œil peut donc être assimilé au système optique suivant:



$$f = -16.43\text{mm}$$

$$f' = 21.85\text{mm}$$

$$\frac{n_1}{p'} - \frac{1}{p} = V$$

$$V = \frac{n_1}{f'} = 60\delta$$

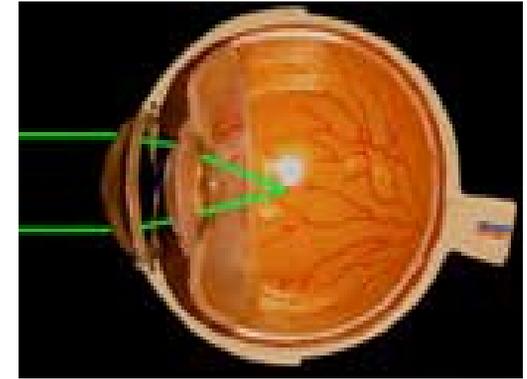
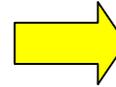
## Accommodation (détecteur fixe):

- Vision éloignée (PR):  $p = -\infty$  alors  $V = 60\delta$  (œil au repos)
- Vision rapprochée (PP):  $p = -25\text{cm}$  alors  $V = 64\delta$  (l'œil accommode)
- Modification de la focale:  $\Delta f = 1.4\text{mm}$  et  $\Delta V = 4\delta$
- Variation de la courbure de la face antérieure du cristallin (muscles ciliaires).

# Défauts de l'œil.

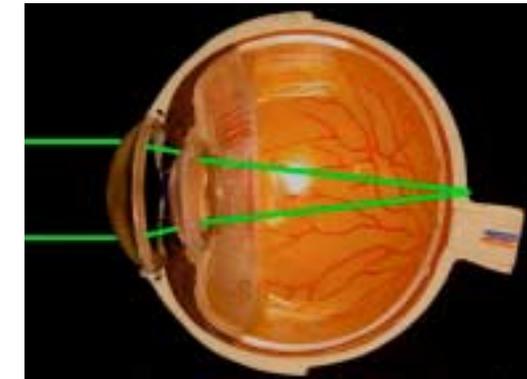
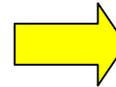
## Myope:

- $V(PR)=61\delta$  ( $p=-1m$ ) et  $V(PP)=65\delta$  ( $p=-20cm$ ), l'œil converge trop.



## Hypermétrope:

- $V(PR)=59\delta$  ( $p=1m$ ) et  $V(PP)=63\delta$  ( $p=-33cm$ ), l'œil converge pas assez.
- Accommodation possible (pas de repos)



## Presbyte:

- $V(PR)=60\delta$  ( $p=-\infty$ ) et  $V(PP)=61\delta$  ( $p=-1m$ ), l'œil n'accommode pas assez.

# Correction de l'œil.

**Correction:** ajout d'une lentille devant l'œil.

**Association de deux systèmes optiques  $S_1$  et  $S_2$ :**

- $S_1$  et  $S_2$  de vergence  $V_1$  et  $V_2$  séparés d'une distance  $e$  par un milieu d'indice de réfraction  $n$ .
- Nouvelle vergence  $V$ .
- Formule de Gullstrand:  $V = V_1 + V_2 - e V_1 V_2 / n$

**Myope:**

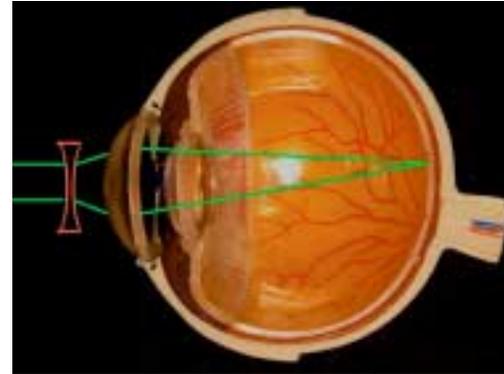
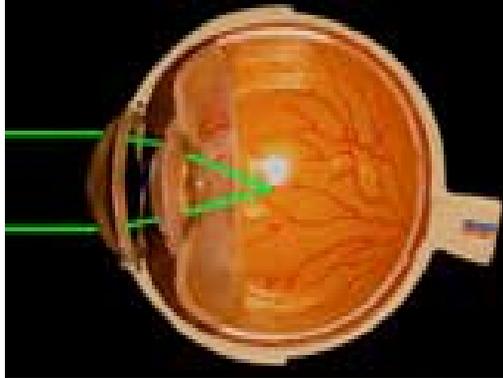
- $V_{\text{œil}}$  trop grand donc  $V_{\text{lentille}}$  doit être négatif (lentille divergente)
- Si  $V_{\text{œil}}(\text{PR}) = 61\delta$  alors  $V_{\text{lentille}} = -1\delta$

**Hypermétrope:**

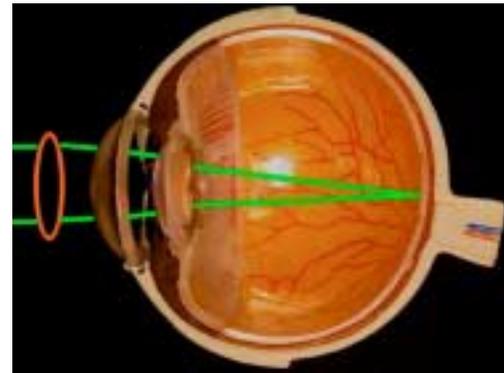
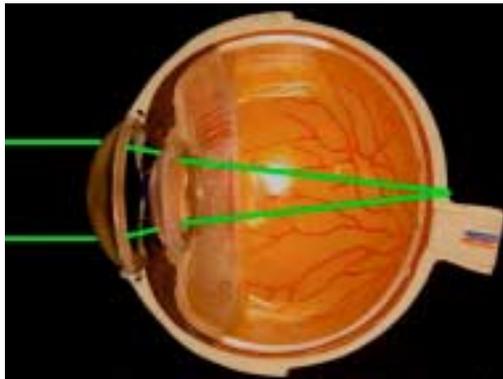
- $V_{\text{œil}}$  trop petit donc  $V_{\text{lentille}}$  doit être positif (lentille convergente)
- Si  $V_{\text{œil}}(\text{PR}) = 59\delta$  alors  $V_{\text{lentille}} = 1\delta$

# Correction de l'œil.

**Myope:** Si  $V_{\text{œil}}(\text{PR})=61\delta$  alors  $V_{\text{lentille}}=-1\delta$



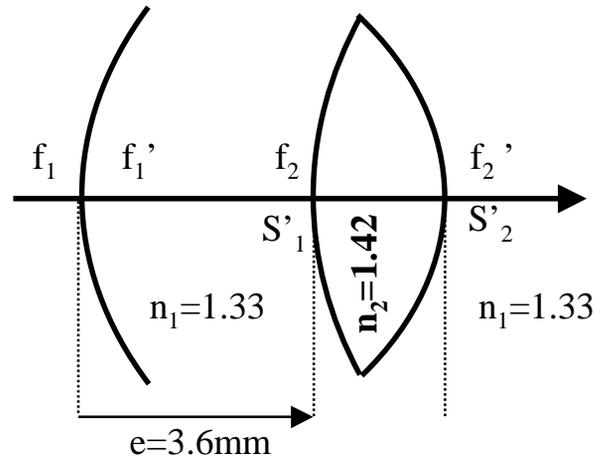
**Hypermétrope:** Si  $V_{\text{œil}}(\text{PR})=59\delta$  alors  $V_{\text{lentille}}=1\delta$



# Vision sous l'eau.

**Eau  $n=1.33$**

Le dioptre sphérique d'entrée n'existe plus.



$$f_1 = -24.24mm$$

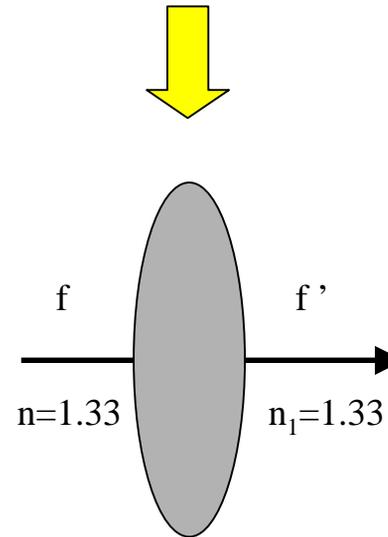
$$f_1' = +32.24mm$$

$$f_2 = -56.3mm$$

$$f_2' = +56.3mm$$

**Focale trop grande impossible de focaliser l'image sur la rétine, on a une dioptrie de 24 l'œil n'a pas un pouvoir d'accommodation suffisant:**

**Image floue.**



$$f = f_2 = -56.3mm$$

$$f' = f_2' = +56.3mm$$

# Acuité visuelle et champ angulaire.

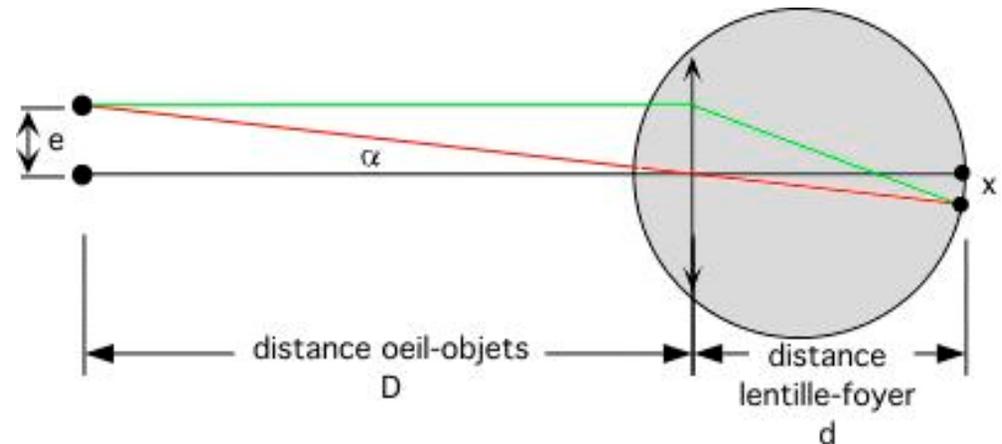
**Acuité visuelle:** il s'agit de la faculté de voir des motifs de très petite taille ou de séparer deux détails, leurs images doit alors se former sur des cellules rétiniennes différentes séparées d'au moins une cellule (espacement entre les cellules  $\approx 2.4\mu\text{m}$ ):

$$x \approx 5\mu\text{m} \text{ et } d=22\text{mm}$$

$$\alpha \approx x/d = 2.3 \cdot 10^{-4}\text{rad}$$

$$D=25\text{cm}$$

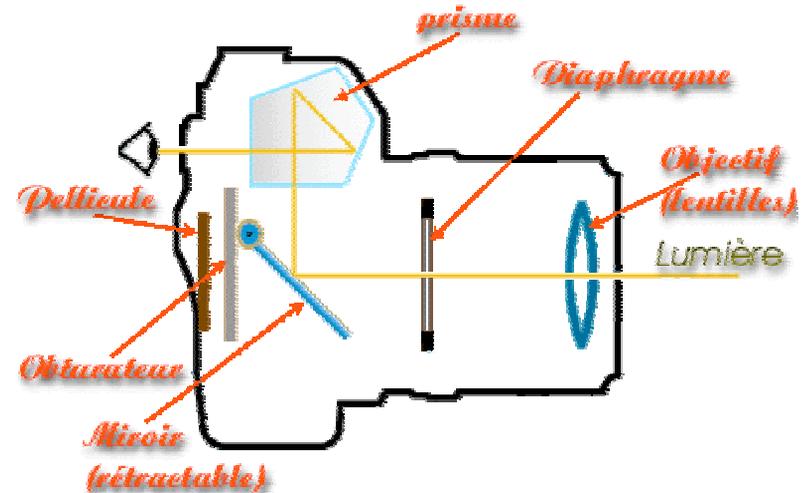
$$e = \alpha D = 0.05\text{mm}$$



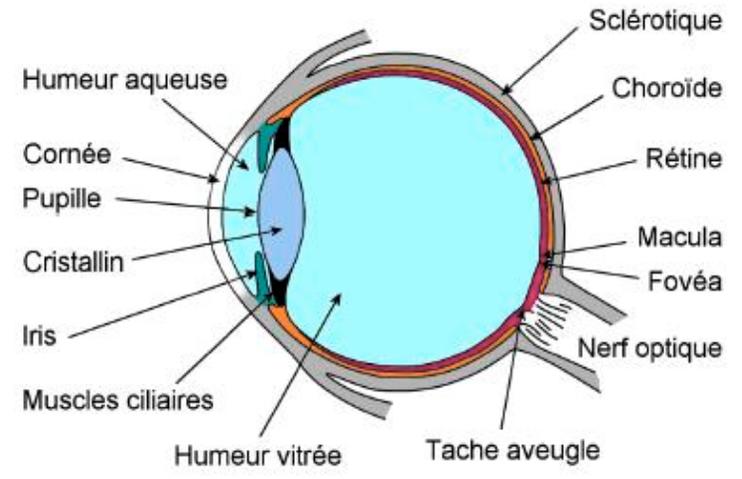
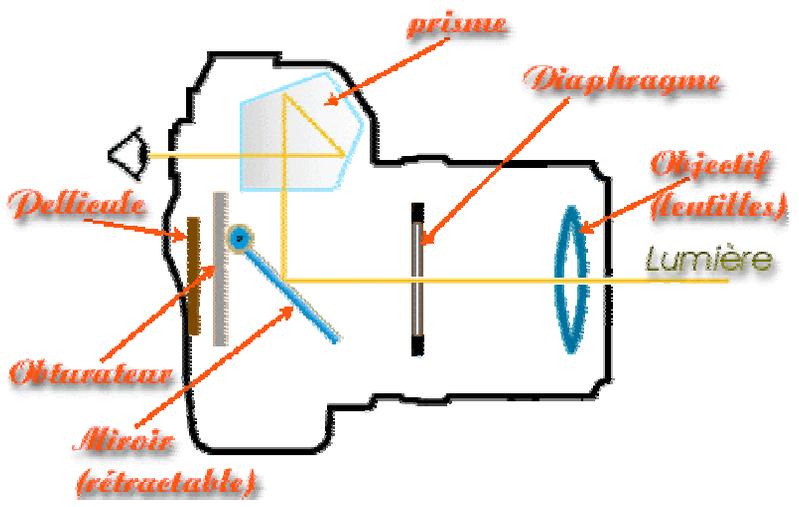
**Champ angulaire:** l'œil possède un champ angulaire de  $150^\circ$  avec la mobilité de l'œil sinon environ  $40^\circ$ .

# Description de l'appareil photographique.

- **Objectif:** Système de lentilles permettant la formation d'image sur le plan du film.
- **Diaphragme:** Système mécanique qui permet de contrôler la quantité de lumière qui pénètre dans l'appareil et qui arrive sur la pellicule (film).
- **Miroir + Pentaprisme:** Système de visée qui permet de voir la même image que celle impressionnée (enregistrée) sur le film.
- **Obturbateur:** Système qui permet de contrôler le temps d'exposition du film.
- **Chambre noire:** Boîte étanche à la lumière enfermant la pellicule (film).
- **Pellicule:** film photosensible qui permet d'enregistrer l'image. **On peut l'assimiler à un écran fixe où vient se former l'image.**



# Appareil photographique $\approx$ œil.

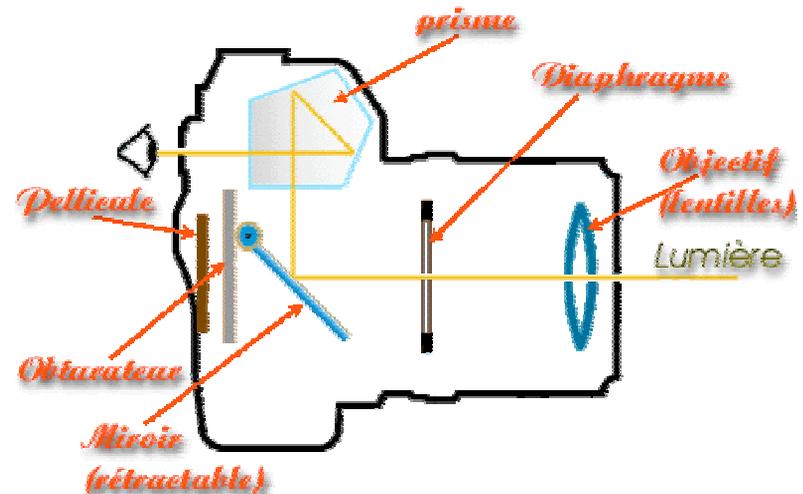


## Appareil photographique $\approx$ œil

Œil	Appareil photographique
Dioptries et cristallin	Objectif
Iris	Diaphragme
Pupille	Ouverture
Rétine	Film photographique
Accommodation	Mise au point

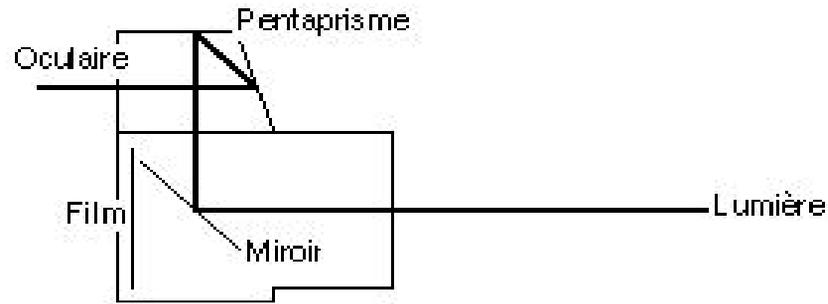
# Anatomie.

échelle de profondeur de champ



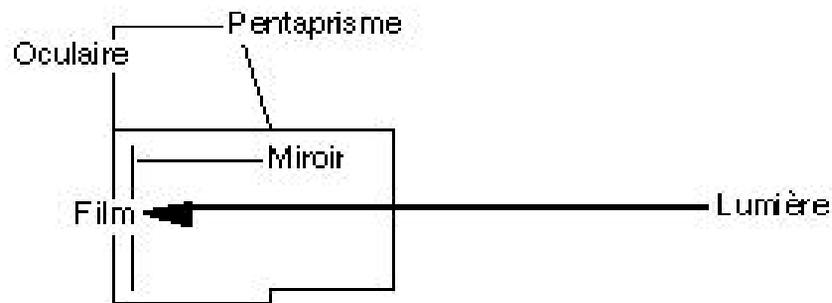
- **Baguette de mise point:** Mouvement de l'objectif par rapport au plan de la pellicule. Elle permet de réaliser la mise au point (image nette).
- **Baguette de diaphragme :** Variation de l'ouverture du diaphragme. Elle permet de contrôler de la quantité de lumière qui rentre dans la chambre noire.
- **Baguette des temps de pose:** Modification de la vitesse et du temps d'ouverture de l'obturateur. Elle permet de contrôler le temps d'exposition du film.

# Fonctionnement.



•**Lumière:** Elle est réfléchié par le sujet dans toutes les directions de l'espace, dont une partie dans l'objectif .

•**Mise au point :** Déplacement de l'objectif par rapport au plan du film pour avoir une image nette dans le viseur et sur le film.



•**Déclenchement:** Basculement du miroir de visée et ouverture de l'obturateur. Puis action inverse de l'obturateur et du miroir.

•**Film:** Sensibilisation du film par la lumière, l'image est enregistrée. La sensibilisation dépend de l'ouverture du diaphragme et du temps d'exposition.

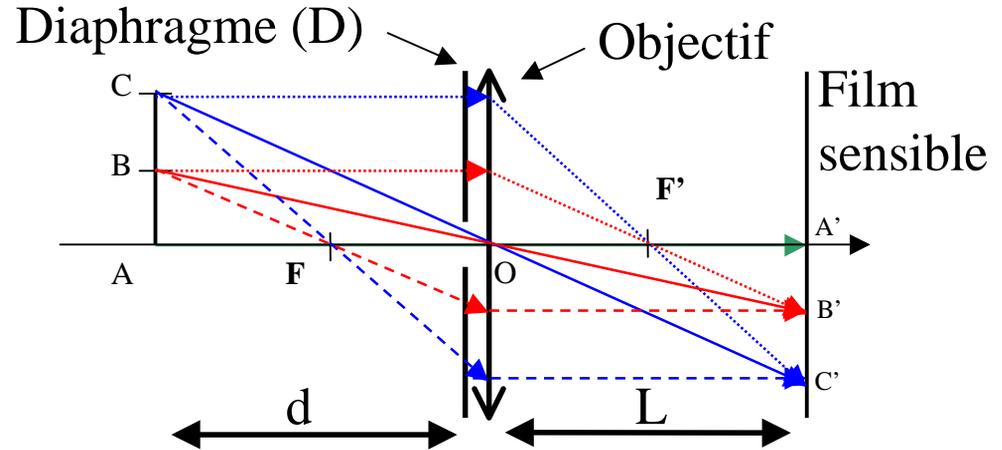
# Schéma optique équivalent.

En 1<sup>ère</sup> approximation, on peut assimiler l'objectif à **une lentille mince de focale  $f_{\text{objectif}}$**  (pas rigoureux). On a donc:

$$\text{On a : } \frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f'} \quad f' = |f_{\text{objectif}}|$$

$$\text{ou } p' = \overline{OA'} \quad \text{et } p = \overline{OA}$$

$$\delta = \frac{p'}{p}$$



- On ajuste **L** afin de satisfaire la relation de conjugaison, c'est la lentille (objectif) que l'on déplace pour avoir une image nette de l'objet visualisé (mise au point).
- Si  $d < f_{\text{objectif}}$  alors pas d'image sur le film (**image virtuelle**).
- **Image renversée.** (rétablie par le pentaprisme dans le système de la visée).
- Le diaphragme est placé juste avant la lentille donc a priori pas de **distorsion**.

# Influence de la focale .

La focale  $f$  de la lentille mince donne une information sur le grandissement de l'objectif et sur la distance minimale objet-objectif possible:

Images prises  
du même point  
de vue.



20 mm



50 mm



200 mm

On a :  $\frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f'}$  et  $\delta = \frac{p'}{p}$   **$\delta$  augmente avec  $f_{\text{objectif}}$ .**

Si  $p < f$  alors  $p' < 0$ , on a donc une image virtuelle impossible à enregistrer sur le film.

La distance minimale  $d_{\text{min}}$  objet-objectif permettant de réaliser une photographie est donc égale à la focale de l'objectif.

# Objectif + diaphragme.

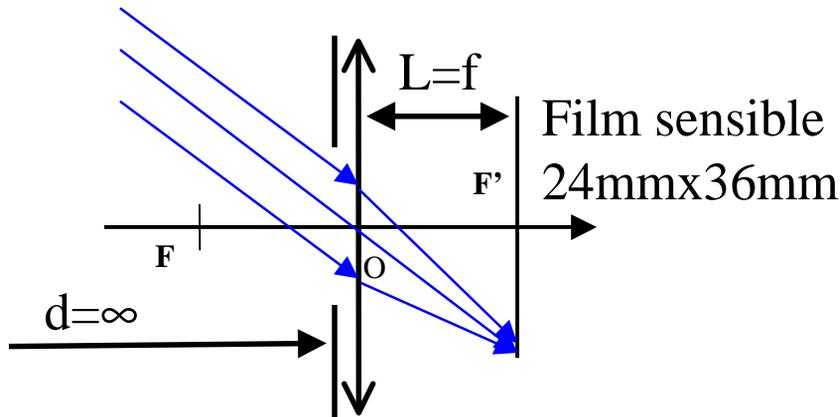


- **L'objectif est caractérisé par sa focale  $f$ :** Distance focale de la lentille mince équivalente. La focale la plus courante est de 50mm.
- **Le diaphragme est caractérisé par diamètre maximum  $D$ :** Dimensions transversales de lentille mince équivalente.  $D=f/N$ ,  $N$  est le paramètre indiqué sur l'objectif (ici  $N=1,8$  et  $f=50\text{mm}$  soit  $D=27.77\text{mm}$ ).  **$N$  est le nombre d'ouverture.**

Un objectif laisse passer environ 98% de la lumière (traitement antireflet).

# Champ angulaire.

Le **champ angulaire**  $2\theta_c$  est la portion conique de l'espace objet dont l'objectif peut réaliser une image nette. Il dépend de la **focale de l'objectif** (50mm) et du **format du film photosensible** (24mmx36mm).



$$\tan(\theta_c) = \frac{l}{2f}$$

ou  $l$  est la diagonale de 24x36mm

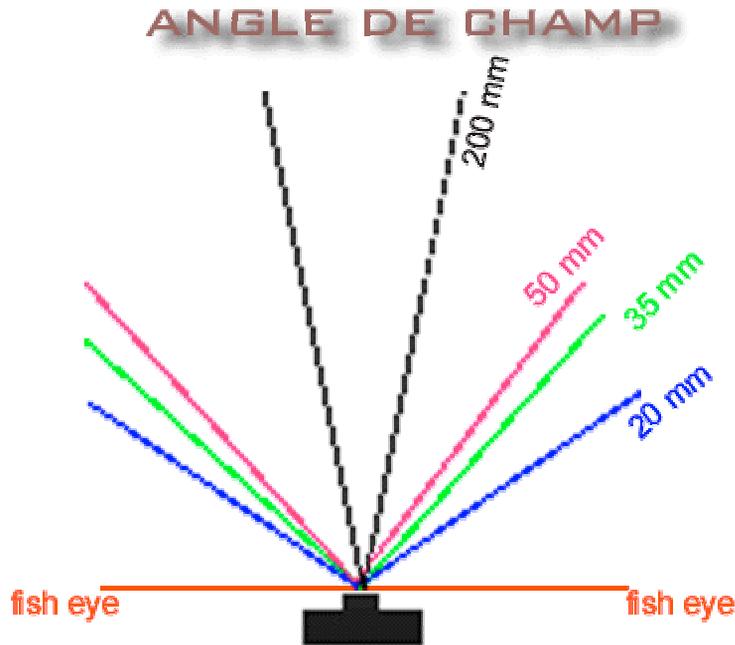
$l = 43.27\text{mm}$  et  $f = 50\text{mm}$

$2\theta_c = 46^\circ$  (champ angulaire)

<i>Format film</i>	<i>Focale normale</i>
24 x 36 mm	50 mm
60 mm x 60 mm	80 mm
56 x 72 mm	90 mm
60 mm x 90 mm	105 mm

**Champ angulaire  $\approx 50^\circ$**

# Champ angulaire.



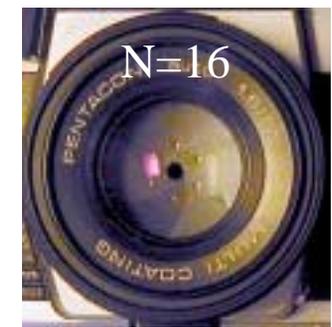
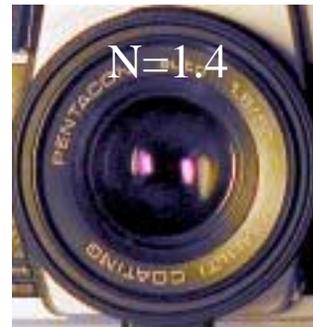
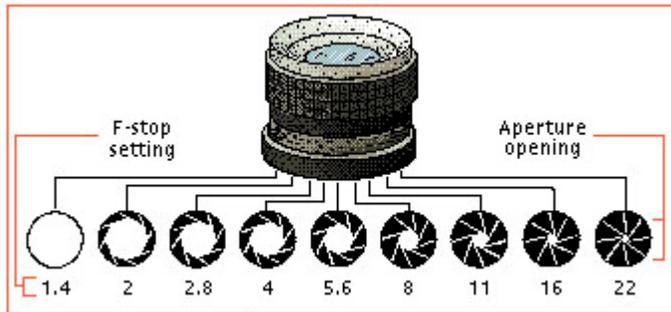
**Champ angulaire diminue lorsque la focale augmente.**

**Fish eye:** objectif très bombé présentant de fortes aberrations ( $f= 5$  à  $8\text{mm}$ ).

<i>Focale (mm)</i>	24	28	35	50-65	85	105	135	200	300
<i>Angle de champ (°)</i>	84	75	63	47-40	34	23	18	12	8

# Nombre d'ouverture

On appelle ouverture d'un appareil photographique le diamètre  $D$  de l'entrée par laquelle entre la lumière. Ce diamètre  $D$  permet de contrôler la quantité de lumière qui pénètre dans la chambre noire.  $D$  est défini à partir de la focale de l'objectif et du nombre d'ouverture  $N$  tel que:  **$D=f/N$** .



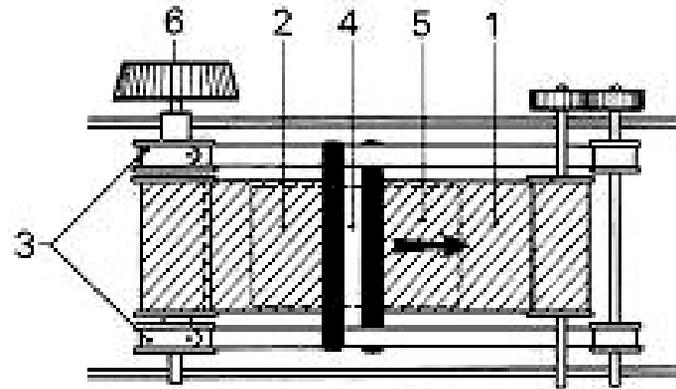
Pour chaque valeur supérieure de  $N$  la luminosité divisée par 2. La surface de l'ouverture ( $\pi D^2$ ) est divisée par 2 pour chaque valeur supérieure de  $N$ .

$N$	2	2,8	4	5,6	8	11	16	22
$D$ (mm)	25	17.9	12.5	8.93	6.25	4.55	3.13	2.27
$S$ (mm <sup>2</sup> )	491	251	123	62.6	30.7	16.2	7.67	4.06

**$f_{\text{objectif}}=50\text{mm}$**

# Obturbateur.

L'obturateur permet de contrôler la durée pendant laquelle le film photosensible va être soumis à une énergie lumineuse. Il est généralement placé tout contre le film. On peut régler sa vitesse et son ouverture. Exemple d'un obturbateur à rideau:



## OBTURATEUR FOCAL A RIDEAUX

1. Premier rideau — 2. Deuxième rideau — 3. Ressorts d'armement — 4. Fente réglable — 5. Surface du film découverte par la fenêtre — 6. Pignon d'armement de l'obturateur (la flèche indique le sens de défilement de la fente lors du déclenchement).

On a deux rideaux séparés: Un premier qui se rétracte au déclenchement, et un deuxième qui se ferme en suivant le premier avec un délai déterminé par le temps d'exposition. La largeur de la fente ou l'espace entre les deux rideaux se raccourci en proportion de la durée de l'exposition considérée.

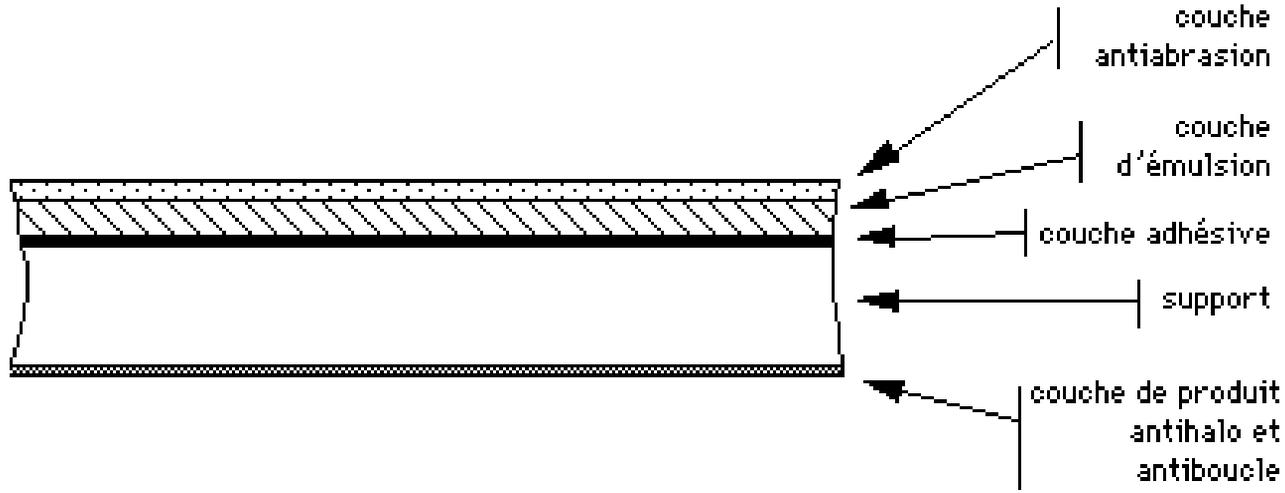
# Temps de pause.

Le temps de pause régit l'ouverture de l'obturateur et sa vitesse de déplacement, il permet donc de contrôler la quantité de lumière qui va arriver sur le film. Les durées d'exposition s'étendent généralement de 1 seconde à 1/1 000 seconde. On obtient une échelle de valeur (en secondes ou fraction de secondes).

Temps de pause	Application
1/1000 s	Arrêt des mouvements rapides
1/500 s	
1/250 s	
1/125 s	
1/60 s	Vitesse minimum à utiliser sans trépied (pour éviter un bougé) Vitesse de synchronisation d'un flash
1/30 s	
1/15 s	
1/8 s	
1/4 s	
1/2 s	
1 s	rendu très flou des mouvements

- Le temps pose influence considérablement la perception de mouvement.
- Pour un flash électronique, la vitesse de synchronisation se situe généralement à 1/60 seconde. Il ne peut être utilisé avec des vitesses.

# film noir et blanc.



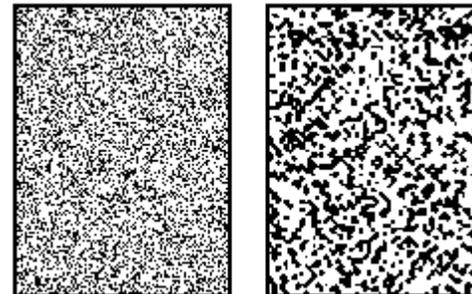
- **Couche anti-abrasion:** Protection de l'émulsion.
- **L'émulsion:** L'émulsion est composée de grain de bromure d'argent et de gélatine collés au support avec une colle transparente. La grosseur des grains défini la sensibilité du film ainsi que son contraste.
- **Support:** Le support en acétate de cellulose, ce qui permet un enroulement aisé.
- **La couche anti-halo:** Préviens la formation de halo causé par une réflexion sur l'extrémité du support.

# Film: Sensibilité

**Il existe différents types de film selon la taille des grains de bromure d'argent:**

- **Grain gros** : film sensible (rapide) qui nécessite **peu d'énergie lumineuse** pour obtenir l'enregistrement de l'image sur le film.
- **Grain fin** : film moins sensible (lent) qui nécessite **plus d'énergie lumineuse** pour obtenir l'enregistrement de l'image sur le film.

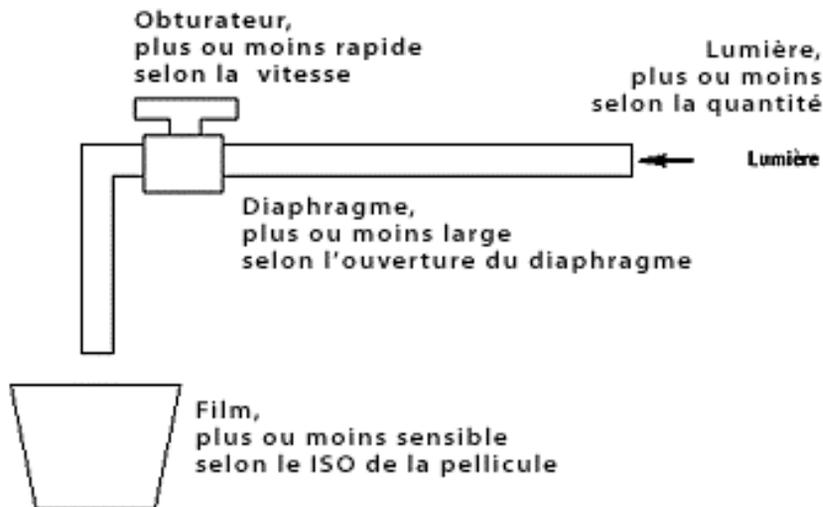
Norme ISO	Sensibilité	Granulation	Contraste
25 ISO	peu sensible	grain très fin	contrasté
32 ISO			
50 ISO			
100 ISO	moyennement sensible	grain fin	moyennement contrasté
125 ISO			
200 ISO			
400 ISO	sensible	grain plus gras	peu contrasté
1 000 ISO	ultra sensible	gros grain	très peu contrasté



# Exposition d'une pellicule photographique.

**Pour être correctement impressionnée la pellicule doit recevoir une certaine quantité de lumière  $E$  qui va dépendre de 4 facteurs:**

- **Lumière:** Quantité de lumière de la scène.
- **Sensibilité du film:** Quantité de lumière pour enregistrer l'image sur le film.
- **Vitesse d'obturation:** Temps d'exposition du film.
- **Ouverture du diaphragme:** Quantité de lumière que l'on laisse entrer dans l'appareil photographique.



**Identique au cas d'un bocal à remplir.**

# Couple temps de pause-ouverture.

Pour une scène et pour une sensibilité de film données, la quantité de lumière  $E$  nécessaire pour impressionner est défini (constante). La quantité  $E$  reçu par la pellicule est alors proportionnelle à la surface  $S$  de l'ouverture du diaphragme  $D$  et du temps de pause  $T$ :  **$E=kST$** .

$$S = \pi \left( \frac{D}{2} \right)^2 \text{ et } N = \frac{f}{D} \text{ où } N \text{ est le nombre d'ouverture et } f \text{ la focale de l'objectif}$$

Soit deux couples Temps de pause - ouverture de diaphragme

$$\text{on a : } kST = k'S'T' \quad \text{soit : } \pi \left( \frac{D}{2} \right)^2 T = \pi \left( \frac{D'}{2} \right)^2 T'$$

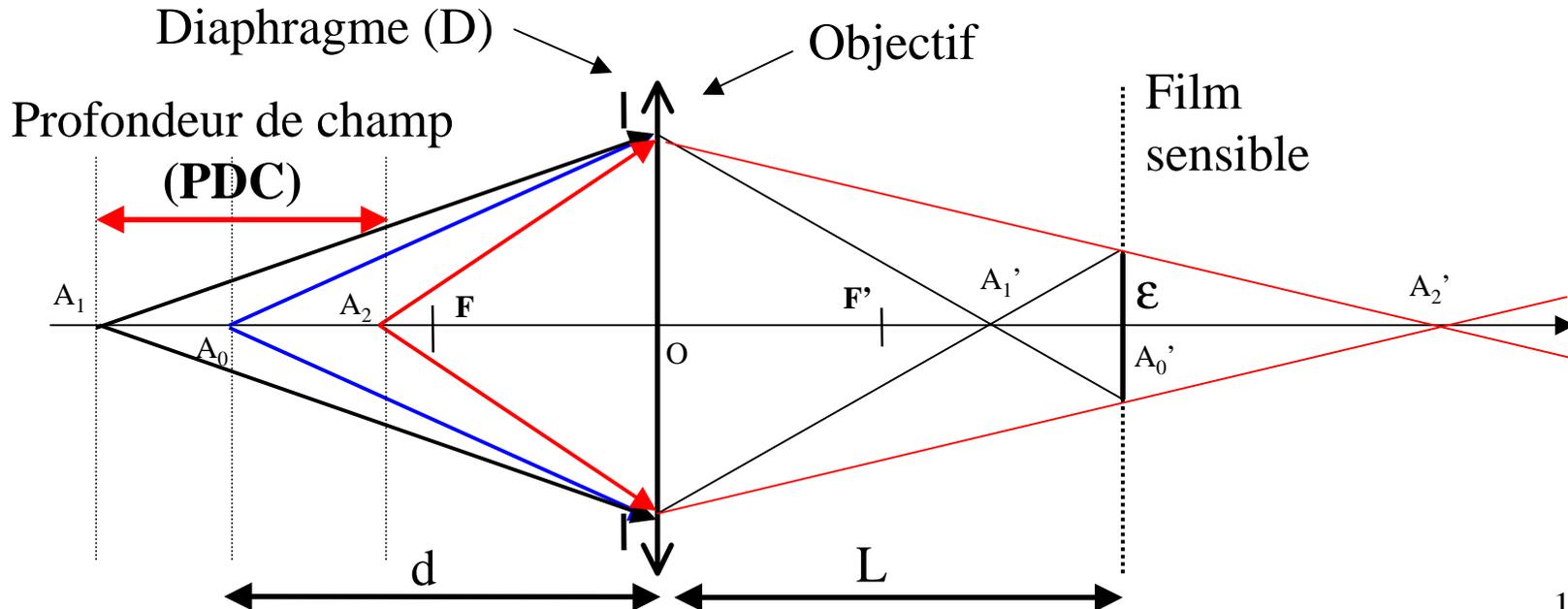
$$\text{soit : } \pi \left( \frac{f}{N} \right)^2 T = \pi \left( \frac{f}{N'} \right)^2 T'$$

$$\text{Donc : } \left( \frac{1}{N} \right)^2 T = \left( \frac{1}{N'} \right)^2 T'$$

**On a donc plusieurs couple temps pause - ouverture de diaphragme possibles. Par exemple: [N=8; T=1/250] et [N=4; T=1/1000]**

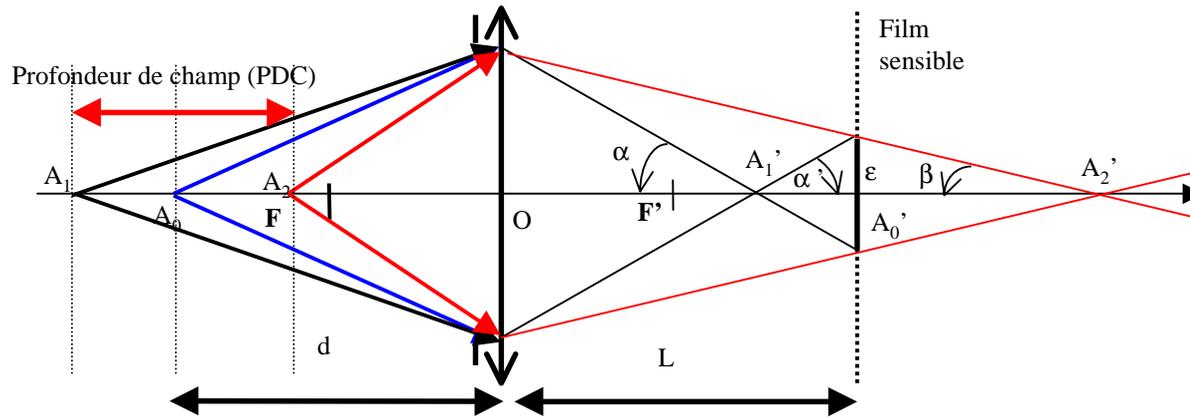
# Profondeur de champ (PDC).

La mise au point s'effectue en déplaçant l'objectif par rapport au film, jusqu'à obtenir une image nette. Cependant, la netteté de la photographie va dépendre de la dimension  $\epsilon$  du grain de la pellicule. En effet, même si un point objet donne plusieurs points images dans le plan de la pellicule, on peut avoir une image nette dans le cas où tous les points images impressionnent le même grain sur le film. On peut donc avoir une image nette pour plusieurs distances objet-objectif. Cette plage de distance définit la profondeur de champ.





# Détermination de la profondeur de champ.



$$p_0' = \overline{OA_0'} \text{ et } p_0 = \overline{OA_0}$$

$$p_1' = \overline{OA_1'} \text{ et } p_1 = \overline{OA_1}$$

$$p_2' = \overline{OA_2'} \text{ et } p_2 = \overline{OA_2}$$

$$p_0' \approx p_1' \approx p_2' \approx f'$$

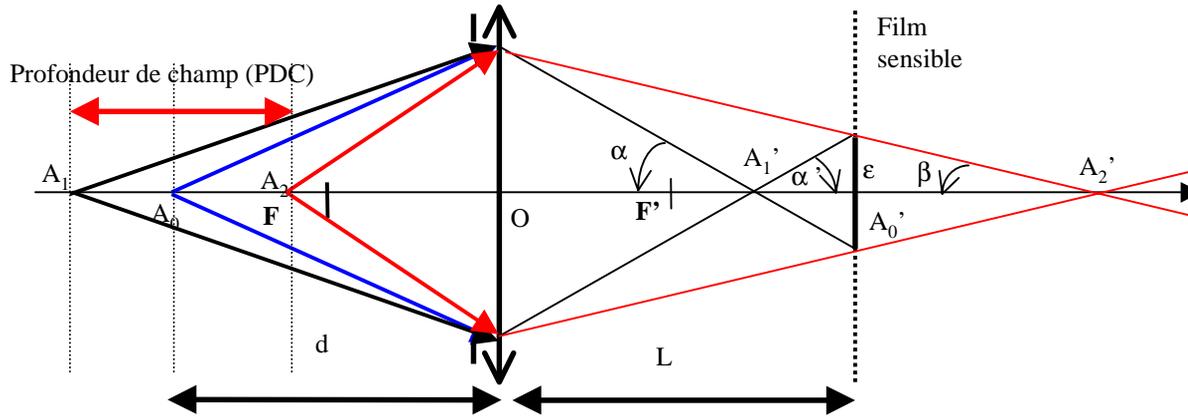
On a :  $\frac{1}{p_0'} - \frac{1}{p_0} = \frac{1}{f'}$  (1) et  $\frac{1}{p_1'} - \frac{1}{p_1} = \frac{1}{f'}$  (2) et  $\frac{1}{p_2'} - \frac{1}{p_2} = \frac{1}{f'}$  (3) ou  $f' = |f_{\text{objectif}}|$

(1) et (2) donne :  $\frac{1}{p_1} = \frac{1}{p_0} + \frac{p_0' - p_1'}{p_1 p_0'}$

d'après (4) on a :  $p_0' - p_1' = \overline{A_1' A_0'} \approx \epsilon N$

d'où :  $\frac{1}{p_1} = \frac{1}{d} + \frac{\epsilon N}{f_{\text{objectif}}^2}$  ou  $p_0 = d$  soit  $p_1 = \frac{df_{\text{objectif}}^2}{f_{\text{objectif}}^2 + d\epsilon N}$  (6)

# Détermination de la profondeur de champ.



$$p'_0 = \overline{OA'_0} \text{ et } p_0 = \overline{OA_0}$$

$$p'_1 = \overline{OA'_1} \text{ et } p_1 = \overline{OA_1}$$

$$p'_2 = \overline{OA'_2} \text{ et } p_2 = \overline{OA_2}$$

$$p'_0 \approx p'_1 \approx p'_2 \approx f'$$

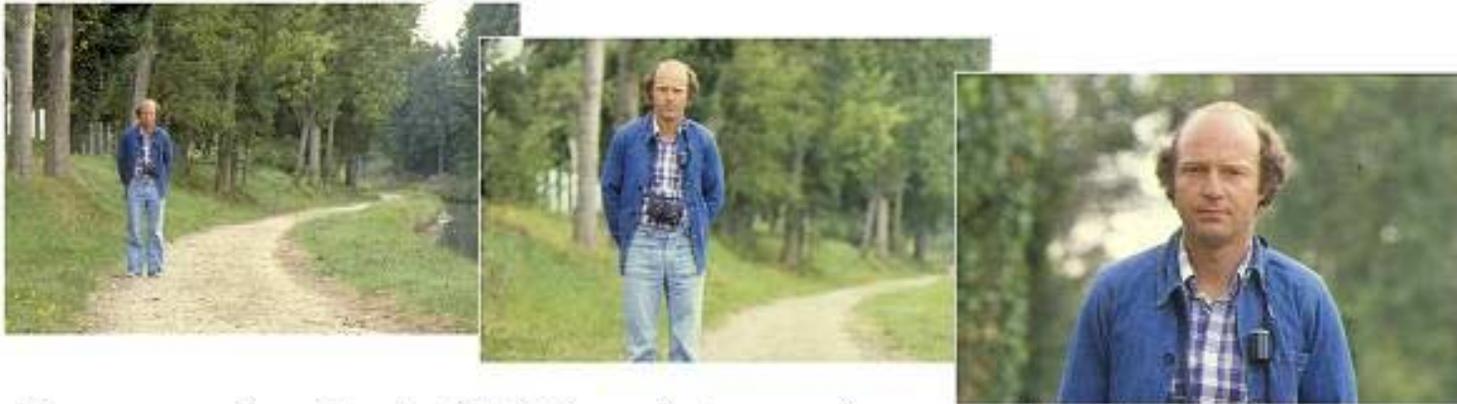
(1) et (3) donne :  $\frac{1}{p_2} = \frac{1}{p_0} + \frac{p'_0 - p'_2}{p'_2 p'_0}$  or d'après (5) on a :  $p'_0 - p'_2 = \overline{A'_2 A'_0} \approx -\epsilon N$

d'où :  $\frac{1}{p_2} = \frac{1}{d} - \frac{\epsilon N}{f_{\text{objectif}}^2}$  ou  $p_0 = d$  soit  $p_2 = \frac{df_{\text{objectif}}^2}{f_{\text{objectif}}^2 - d\epsilon N}$  (7)

$$\text{PDC} = p_2 - p_1 = \frac{2d^2 f^2 \epsilon N}{f^4 - (d\epsilon N)^2}$$

**La profondeur de champ augmente avec d et N, et diminue et (où) quand la sensibilité du film ( $\epsilon$ ) augmente quand  $f_{\text{objectif}}$  augmente.**

# Profondeur de champ en fonction de d.



Pour une même focale (ici 200 mm) et une même ouverture de diaphragme, la profondeur de champ est d'autant plus réduite que le sujet est près.

$$\text{on a : } \frac{1}{p_1} = \frac{1}{d} + \frac{\epsilon N}{f_{\text{objectif}}^2} \quad \text{et} \quad \frac{1}{p_2} = \frac{1}{d} - \frac{\epsilon N}{f_{\text{objectif}}^2}$$

$$\text{PDC} = p_2 - p_1 = \frac{2d^2 f^2 \epsilon N}{f^4 - (\epsilon d N)^2}$$

**La profondeur de champ augmente avec la distance d entre l'objectif et le sujet.**

distance sujet (m)	focale objectif (mm)	nombre d'ouverture	grain (µm)	pIn (p1)	ppn (p2)	PDC (m)
1,00	50,00	2,80	33,00	1,04	0,96	0,07
2,00	50,00	2,80	33,00	2,16	1,86	0,30
5,00	50,00	2,80	33,00	6,13	4,22	1,91
10,00	50,00	2,80	33,00	15,86	7,30	8,56
20,00	50,00	2,80	33,00	76,69	11,50	65,19
25,00	50,00	2,80	33,00	328,95	12,99	315,95
27,00	50,00	2,80	33,00	12980,77	13,51	12967,26

# Hyperfocale.

on a :  $\frac{1}{p_1} = \frac{1}{d} + \frac{\epsilon N}{f_{\text{objectif}}^2}$  et  $\frac{1}{p_2} = \frac{1}{d} - \frac{\epsilon N}{f_{\text{objectif}}^2}$  et  $\text{PDC} = p_2 - p_1 = \frac{2d^2 f^2 \epsilon N}{f^4 - \epsilon d N}$

Si  $p_1 = \infty$  alors  $d = d_0 = -\frac{f^2}{\epsilon N}$  d'où  $p_2 = -\frac{f^2}{2\epsilon N}$   $d_0$  est appelée distance hyperfocale.

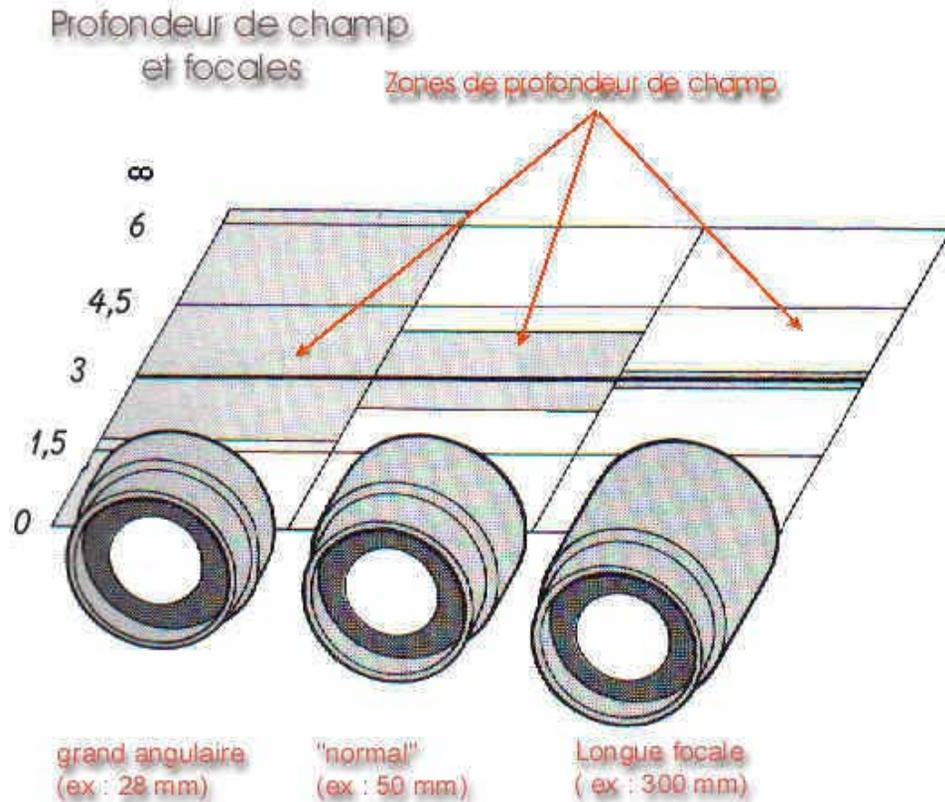
Si  $d \ll d_0$  alors  $\text{PDC} \approx \frac{2d^2 \epsilon N}{f^2}$

Si  $d = d_0$  alors la limite de netteté acceptable la plus lointaine est rejetée à l'infini. Dans ce cas la limite de netteté acceptable la plus proche est égale à  $d_0/2$ .

A chaque association [focale-grain film-nombre d'ouverture] on peut associer une hyperfocale.  $d_0$  augmente avec la focale de l'objectif, et diminue avec l'ouverture du diaphragme et la sensibilité du film.

focale objectif (mm)	nombre d'ouverture	grain (µm)	hyperfocale
20,00	1,00	33,00	12,12
50,00	1,00	33,00	75,76
200,00	1,00	33,00	1212,12
20,00	2,80	33,00	4,33
50,00	2,80	33,00	27,06
200,00	2,80	33,00	432,90

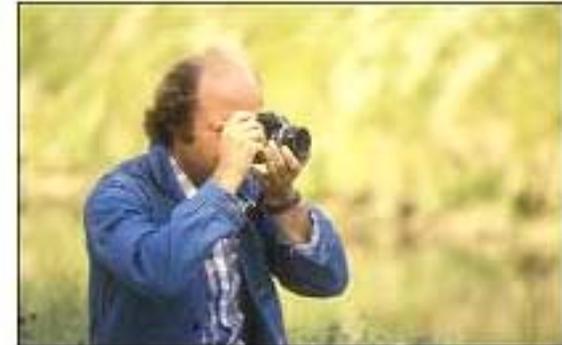
# Profondeur de champ en fonction de f.



**N et d fixe**



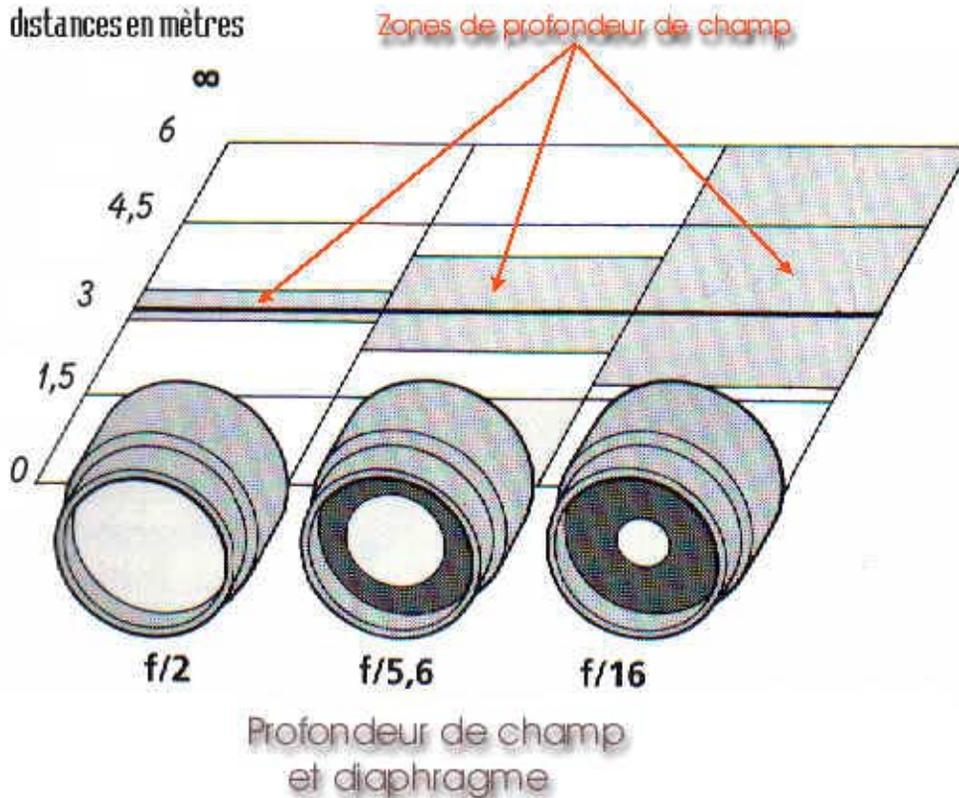
Courte focale (28 mm)  
Grande profondeur de champ



Longue focale (200 mm)  
Peu de profondeur de champ

distance sujet (m)	focale objectif (mm)	nombre d'ouverture	grain (µm)	pln (p1)	ppn (p2)	PDC (m)	hyperfocale
8,00	28,00	2,80	33,00	140,00	4,12	135,88	8,48
8,00	50,00	2,80	33,00	11,36	6,17	5,18	27,06
8,00	200,00	2,80	33,00	8,15	7,85	0,30	432,90

# Profondeur de champ en fonction de N.



50 mm - diaph. f/1,4

**f et d fixe.**



50 mm - diaph. f/16

distance sujet (m)	focale objectif (mm)	nombre d'ouverture	grain (µm)	pln (p1)	ppn (p2)	PDC (m)	hyperfocale
1,00	50,00	1,40	33,00	1,02	0,98	0,04	54,11
1,00	50,00	8,00	33,00	1,12	0,90	0,21	9,47
1,00	50,00	16,00	33,00	1,27	0,83	0,44	4,73

# Temps de pause: perception du mouvement



1/500s



1/30s



1s

## La perception du mouvement dépend:

- Du temps de pause  $T$ , elle augmente avec  $T$ .
- De la distance  $d$  sujet-objectif, elle décroît avec  $d$ .
- De la direction du mouvement, elle augmente lorsque le mouvement est perpendiculaire avec l'axe de prise de vue.

# Aberration sphérique dans un objectif.



Principe de l'aberration sphérique



# Bilan prise photographique.

